ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ТЕОРІЯ, ДОСВІД, ІННОВАЦІЇ

Науковий журнал

2024, № 2

Журнал видається у партнерстві з громадською організацією «Міжнародна асоціація дослідників з дидактики математики»

Вінниця - 2024

УДК 37.016:51(051)
В 48

Дидактика математики: теорія, досвід, інновації – рецензований науковий журнал із відкритим доступом, у якому висвітлюються актуальні проблеми теорії та методики навчання математики у закладах загальної середньої, професійно-технічної та вищої освіти, а також методичної підготовки майбутніх учителів математики.

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського (протокол № 3 від 17.10.2024).

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор

Ольга Матяш, доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри алгебри та методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна

Заступник головного редактора

Олександр Школьний, доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри методики навчання математики, Український державний університет імені Михайла Драгоманова, м. Київ, Україна

Відповідальний секретар

Любов Михайленко, доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри алгебри та методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна

Іон Акірі, доктор фізико-математичних наук, конференціар, завідувач кафедри «Дидактика шкільних дисциплін» Інституту педагогічних наук, м. Кишинів, Молдова

Alexander Karp, Professor of Mathematics Education, Teachers College, Columbia University**,** New York, США

Дмитро Бобилєв, кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри математики та методики її викладання, Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг, Україна

Юлія Ботузова, доктор педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики та цифрових технологій Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

Дарина Васильєва, кандидат педагогічних наук, завідувач відділу математичної та інформатичної освіти, Інститут педагогіки Національної академії педагогічних наук України, м. Київ

Аліна Воєвода, кандидат педагогічних наук, доцент, декан факультету математики, фізики і комп'ютерних наук, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна

Іван Ленчук, доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри алгебри та геометрії, Житомирський державний університет імені Івана Франка, Житомир, Україна

Тетяна Махомета, кандидат педагогічних наук, доцент, декан факультету фізики, математики та інформатики, Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, м. Умань, Україна

Наталія Павлова, доктор педагогічних наук, професор, Шуменський університет імені Єпископа Константина Преславського, Болгарія

Василь Швець, кандидат педагогічних наук, професор, професор кафедри методики навчання математики, Український державний університет імені Михайла Драгоманова, м. Київ, Україна

Технічний редактор**: Діана Тютюнник**, асистент кафедри алгебри і методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна

Журнал зареєстровано Національною радою з питань телебачення і радіомовлення (Рішення № 1733 від 23.05.2024 року, Протокол № 16, ідентифікатор медіа: R30-04833)

Засновник і видавець: Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського

Рік заснування: 2024

Журнал публікується двічі на рік (червень, грудень)

Адреса редакції: 21100, м. Вінниця, вул. Острозького, 32, Факультет математики, фізики і комп'ютерних наук Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського; тел. +380 (97) 59-12-550

e-mail: didmath@vspu.edu.ua
https://vspu.net/didmath

ISSN 3041-2277

e-ISSN 3041-2285

DOI: 10.31652/3041-2277

DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-1-120

Обкладинка: картина «Bond of Union» (1956) Моріца Корнеліса Ешера

DIDACTICS OF MATHEMATICS: THEORY, EXPERIENCE, INNOVATIONS

Scientific Journal

2024, № 2

Journal published in partnership with the public organization "International Association of Researchers in Didactics of Mathematics"

Vinnytsia - 2024

UDC 37.016:51(051)
B 48

Didactics of Mathematics: Theory, Experience, Innovations is a peer reviewed open access scientific journal that covers actual problems of the theory and methods of teaching mathematics in general secondary, vocational and higher educations, as well as methodological training of future math teachers.

Recommended for publication by the Academic Council of Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University (Minutes No. 3 of 17.10.2024).

EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief

Olha Matiash, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine

Deputy Editor-in-Chief

Oleksandr Shkolnyi, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematics Teaching Methods, Dragomanov Ukrainian State University, Kyiv, Ukraine

Executive Secretary

Liubov Mykhailenko, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine

Ion Akiri, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Conference Director, Head of the Department of Didactics of School Disciplines, Institute of Pedagogical Sciences, Chisinau, Moldova

Alexander Karp, Professor of Mathematics Education, Teachers College, Columbia University**,** New York, США

Dmytro Bobyliev, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Mathematics and Methods of Teaching, Kryvyi Rih State Pedagogical University, Kryvyi Rih, Ukraine

Yuliia Botuzova, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics and Digital Technologies, Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University, Kropyvnytskyi, Ukraine

Daryna Vasylieva, Candidate of Pedagogical Sciences, Head of the Department of Mathematics and Informatics Education, Institute of Pedagogy, National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

Alina Voevoda, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Dean of the Faculty of Mathematics, Physics and Computer Sciences, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine

Ivan Lenchuk, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Algebra and Geometry, Ivan Franko Zhytomyr State University, Zhytomyr, Ukraine

Tetiana Makhometa, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Dean of the Faculty of Physics, Mathematics and Informatics, Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Uman, Ukraine

Natalia Pavlova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Konstantin Preslavsky University of Shumen, Bulgaria

Vasyl Shvets, Candidate of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Mathematics Teaching Methods, Dragomanov Ukrainian State University, Kyiv, Ukraine

Technical editor: **Diana Tiutiunnyk**, Assistant of the Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine

Registered by the National Council on Television and Radio Broadcasting (Decision No. 1733 of 23.05.2024, Minutes No. 16, Media ID: R30-04833)

Founder and publisher: Mykhailo Kotsiubynskyi Vinnytsia State Pedagogical University Year of foundation: 2024

The journal is published twice a year (June, December)

Editorial address: 32, Ostrozkyi St., Vinnytsia, 21100, Faculty of Mathematics, Physics and Computer Science, Mykhailo Kotsiubynskyi Vinnytsia State Pedagogical University; tel. +380(97) 59-12-550

E-mail: didmath@vspu.edu.ua
https://vspu.net/didmath

ISSN 3041-2277
e-ISSN 3041-2285
DOI: 10.31652/3041-2277
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-1-120

Cover: the painting "Bond of Union" (1956) by Maurits Cornelis Escher

Зміст

Методична наука - вчителю математики

Василь Швець

Змістова лінія «Функції» шкільного курсу математики та особливості її вивчення в середній школі.....7

Олександр Школьний

Методичні особливості вивчення логічних основ математики в інтегрованому курсі «Математика» для учнів 7 класу НУШ..... 20

Алла Прус, Ольга Чимерис

Чи є місце параметрам у шкільному курсі математики? 29

Сучасні тенденції у методиці навчання математики

Любов Михайленко, Каріна Комарова, Надія Таранюк

Математична тривожність учнів: причини, наслідки та шляхи подолання..... 44

Марина Андрієвська, Любов Михайленко

Психологічні та педагогічні засади формування інформаційно-комунікативної компетентності школярів в умовах змішаного навчання..... 56

Діана Тютюнник

Теорія і практика формувального оцінювання на уроках геометрії: огляд закордонних публікацій 70

Цифрові технології у навчанні математики

Іван Хутченко

Сучасні цифрові технології для реалізації формувального оцінювання на уроках математики..... 82

Методична підготовка вчителя математики

Ольга Матяш, Карина Ящук

Ретроспективний огляд дисертацій українських дослідників з теорії і методики навчання математики..... 95

Світлана Яценко, Дар'я Сергійко

Проектна діяльність в системі професійної підготовки майбутніх вчителів математики.109

Contents

Methodological science to a math teacher

Vasyl Shvets

Content line "Functions" of the school mathematics course and the peculiarities of its study in secondary school 7

Oleksandr Shkolnyi

Methodological features of studying the logical basics of mathematics in the integrated course “Mathematics” for students of the 7-th grade of NUS. 20

Alla Prus, Olga Chemeris

Is there a place for parameters in the school mathematics course? 29

Modern trends in mathematics teaching methods

Lyubov Mykhailenko, Karina Komarova, Nadiya Taranyuk

Mathematical anxiety in students: causes, consequences, and ways to overcome it..... 44

Maryna Andriievska, Lyubov Mykhailenko

Information and communication competence of schoolchildren in the conditions of blended learning 56

Diana Tiutiunnyk

Theory and practice of formative assessment in geometry lessons: a review of foreign publications 70

Digital technologies in mathematics teaching

Ivan Khutchenko

Modern digital technologies for implementing formative assessment in mathematics lessons... 82

Methodological training of math teachers

Olha Matiash, Karina Yashchuk

Retrospective review of dissertations by ukrainian researchers on the theory and methodology of mathematics education 95

Svitlana Yatsenko, Darya Serhiyko

Project activity in the system of professional training of future teachers of mathematics.....109

УДК 373.5.016:[512+517.17]
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-7-19

Змістова лінія «Функції» шкільного курсу математики та особливості її вивчення в середній школі

Василь Швець

Український державний університет імені Михайла Драгоманова, м. Київ, Україна. E-mail: kmmvm@ukr.net

Анотація

У статті розкриваються важливі обставини і особливості вивчення в шкільному курсі математики змістової лінії «Функції». Серед обставин називається різне трактування поняття функції: у базовій школі функція розглядається (класичний підхід) як залежність між змінними величинами, а в старшій профільній як відповідність (сучасне, модерне означення) між елементами двох множин. Це призводить до різних схем дослідження властивостей функції та побудови її графіка.

Зазначається, що змістова лінія «Функції» є провідною лінією шкільного курсу алгебри, алгебри і початків аналізу. Вона – основа для вивчення рівнянь, нерівностей, тотожних перетворень алгебраїчних виразів, початків теорії ймовірностей, геометричних величин (площа фігури, об'єм тіла, площа поверхні тіла тощо). Її вивчення розпочинається з 7 класу і проходить в три етапи: 1 етап – 7-9 класи, коли вивчаються базові елементарні функції $y = kx + b$, $y = \frac{k}{x}$, $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = ax^2 + bx + c$. Основна мета їх вивчення – обґрунтувати вивчення лінійних, квадратних, дробово-раціональних рівнянь і нерівностей, тотожних перетворень одночленів, многочленів і дробових виразів, навчити застосовувати як математичні моделі під час вивчення фізики, розв'язування практичних та прикладних задач; 2 етап – 10-11 класи, коли вивчаються базові елементарні функції $y = x^r$, де $r \epsilon Q$, $y = sinx$, $y = cosx$, $y = tgx$, $y = ctgx$, $y = e^x$, $y = a^x$, $y = lnx$, $y = log_a^x$ та їх важливі властивості (зростання, спадання, періодичність, неперервність). Основна мета вивчення – навчити застосовувати до розв'язування ірраціональних, тригонометричних, показникових рівнянь і нерівностей, перетворення відповідних алгебраїчних виразів, будувати графіки складених елементарних функцій методом геометричних перетворень, графіків базових елементарних функцій, застосовувати як математичні моделі під час розв'язування практичних та прикладних задач; 3 етап – 11 клас, коли вивчаються «Похідна» та «Інтеграл». Основна мета вивчення – дати повну схему дослідження властивостей і побудови графіка диференційовної функції за допомогою похідної. Навчити застосовувати здобуті знання про властивості функцій під час розв'язування практичних та прикладних задач, під час формування ключових компетентностей.

Ключові слова: алгебра, алгебра і початки аналізу, змістова лінія «Функції», означення функції, методичні схеми дослідження властивостей функції.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC 373.5.016:[512+517.17]
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-7-19

Content line "Functions" of the school mathematics course and the peculiarities of its study in secondary school

Vasyl Shvets

Dragomanov Ukrainian State University, Kyiv, Ukraine. E mail: kmmvm@ukr.net

Abstract

The article reveals the important circumstances and peculiarities of the study of the content line "Functions" in the school mathematics course. Among the circumstances is a different interpretation of the concept of function: in the basic school, the function is considered (classical approach) as a dependence between variables, and in the senior profile as a correspondence (modern, modern definition) between the elements of two sets. This leads to different schemes for studying the properties of a function and constructing its graph.

It is noted that the content line "Functions" is the leading line of the school course of algebra, algebra and the beginnings of analysis. It is the basis for studying equations, inequalities, identical transformations of algebraic expressions, the beginnings of probability theory, geometric quantities (area of a figure, volume of a body, surface area of a body, etc.). Its study begins with the 7th grade and takes place in three stages: 1st stage – 7-9 grades, when basic elementary functions $y = kx + b$, $y = \frac{k}{x}$, $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = ax^2 + bx + c$. The main purpose of their study is to substantiate the study of linear, quadratic, fractional-rational equations and inequalities, identical transformations of monomials, polynomials and fractional expressions, to teach how to use them as mathematical models during the study of physics, solving practical and applied problems; Stage 2 – 10-11 grades, when basic elementary functions $y = x^r$, where $r \epsilon Q$, $y = sinx$, $y = cosx$, $y = tgx$, $y = ctgx$, $y = e^x$, $y = a^x$, $y = lnx$, $y = log_a^x$ and their important properties (increase, decrease, periodicity, continuity). The main goal of the study is to learn how to solve irrational, trigonometric, exponential equations and inequalities, to transform the corresponding algebraic expressions, to construct graphs of complex elementary functions by the method of geometric transformations, graphs of basic elementary functions, to use them as mathematical models when solving practical and applied tasks; Stage 3 – 11th grade, when "Derivative" and "Integral" are studied. The main purpose of the study is to give a complete scheme of studying the properties and constructing a graph of the differential function using the derivative. Learn to apply the acquired knowledge about the properties of functions when solving practical and applied problems, during the formation of key competencies.

Keywords: algebra, algebra and the beginnings of analysis, content line "Functions", definition of a function, methodical schemes for researching the properties of a function.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Функції потрібні не лише натуралістові, без них тепер не обійдеться й соціолог. Узагалі в теперішній час немає жодної галузі людського знання, куди не входили б поняття про функції та їх графічне зображення.
К. Ф. Лебединцев

Постановка проблеми. Однією з цілей вивчення алгебри, алгебри і початків аналізу в середній школі є – систематичне вивчення функцій як важливих математичних моделей, якими описуються та досліджуються багато природних явищ та процесів. На завершальному етапі навчання випускники середньої школи мають навчитись будувати графіки важливих, з точки зору практики, елементарних функцій, встановлювати їх властивості (область визначення та область значень, нулі функцій, проміжки зростання і спадання, парність, непарність, періодичність і т. д.), застосовувати отримані знання під час розв'язування практичних та прикладних задач.

Обсяг навчального матеріалу змістової лінії «Функції» великий, а тому його вивчення, враховуючи вікові можливості учнів, внутрішні зв'язки з іншими змістовими лініями, з іншими шкільними предметами розосереджено: частина матеріалу вивчається в базовій, а частина в старшій профільній школах.

Згідно діючого державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти (http://surl.li/xedyqf) учні мають (див. таблиця 1)

Таблиця 1

Змістова лінія «Функції» (базова школа)

Вивчати	**Оволодіти знаннями**
Функції. Лінійна функція. Обернена пропорційність. Квадратичні функції. Числові послідовності	Знати і розуміти те, що таке координатна пряма і координатна площина, означення функціональної залежності між змінними, способи задання функції, означення та властивості лінійної, квадратичної функції, функції оберненої пропорційності, функції числової послідовності, арифметичної та геометричної прогресії. Уміти визначати координати точки на площині, будувати точки за заданими їх координатами, будувати та аналізувати графіки функцій, зокрема лінійної, квадратичної функції, функції оберненої пропорційності, розв'язувати задачі із застосуванням формул загального члена та суми перших членів прогресії, застосовувати

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

	функціональні залежності для створення математичних моделей реальних процесів та явищ

Змістова лінія «Функції» (старша профільна школа)

Вивчати	**Оволодіти знаннями**
Властивості функцій. Степенева, тригонометрична, показникова та логарифмічна функції. Похідна. Інтеграл	Знати і розуміти означення характерних властивостей функцій (зростання, спадання, парність тощо), означення та властивості степеневої, тригонометричної, показникової та логарифмічної функцій, зміст поняття неперервної функції, диференційовної функції, означення та властивості похідної та первісної. Уміти будувати та аналізувати графіки функцій, зокрема степеневої, тригонометричної, показникової та логарифмічної функцій, знаходити похідні та первісні деяких функцій, застосовувати похідну для встановлення властивостей функцій та побудови їх графіків, первісну та інтеграл – для обчислення площі геометричних фігур

Більш ширше і глибше вивчення даної змістової лінії розкрито в чинних навчальних програмах та діючих альтернативних підручниках.

Таке розосереджене вивчення потребує врахування багатьох **особливостей і обставин**, які часто залишаються невідомими як для учнів, так (це потрібно визнати) і для окремих вчителів. Що ж це за обставини і особливості, які варто враховувати під час вивчення навчального матеріалу змістової лінії «Функції»? Саме на них ми і хочемо зосередити увагу читача. Отже,

Мета статті. Розкрити обставини і особливості вивчення в шкільному курсі математики змістової лінії «Функції», запропонувати авторські методичні рекомендації щодо формування в учнів математичних компетентностей на різних ступенях навчання. Звернути увагу математиків-методистів, авторів шкільних підручників з математики, вчителів математики на різні методичні схеми вивчення властивостей і побудови графіків елементарних функцій, що вивчаються в курсі алгебри та алгебри і початків аналізу.

Методи дослідження. Теоретичні – аналіз, синтез, порівняння, узагальнення теоретичного матеріалу, викладеного в навчальних та наукових джерелах. Емпіричні – опитування вчителів, вивчення учнівських письмових робіт.

Виклад основного матеріалу.

1. Вивчення змістової лінії «Функції» в базовій школі.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Перша обставина, на яку має звернути увагу вчитель та, під час вивчення змістової лінії «Функції», що в шкільному курсі математики вживається два підходи до визначення поняття функції.

Перший – класичний, він склався історично і відповідає точці зору фізиків. За ним функцію визначають як залежність між змінними величинами. Його дотримуються під час вивчення функцій в курсі алгебри базової школи. Поширеним є, наприклад, наступне визначення поняття функції: «Якщо кожному значенню змінної x з деякої множини D відповідає єдине значення змінної y , то змінну y називають функцією від x» (Бевз, В. Г., & Бевз, Г. П., 2007, с. 180).

Змінна x та змінна y розглядаються як величини, числовими значеннями яких можуть бути раціональні або дійсні числа чи їх підмножини. Тому множина D – область визначення функції, завжди числова множина. Саме з нею пов'язані ті особливості, які слід враховувати. Коротко про них.

Першими функціями, з якими знайомляться учні є лінійна функція $y = kx + b$ (7 клас) та функція $y = \frac{k}{x}$ (обернена пропорційність, 8 клас). Разом з першою – друга обставина пов'язана саме областю визначення і областю значень функцій. На час вивчення вказаних функцій учні знайомі з множиною раціональних чисел Q. Знають, що результатом виконання арифметичних дій з раціональними числами буде раціональне число (оперують в полі раціональних чисел). Оскільки лінійна і обернена пропорційність функції задані формулою (аналітична), то учням потрібно пояснити, що:

областю визначення буде, у випадку лінійної функції – множина всіх раціональних чисел Q (і не вживати завуальованого терміну «множина всіх чисел», а у випадку функції обернена пропорційність – множина раціональних чисел Q без числа 0;

областю значень буде, у випадку лінійної функції ($k \neq 0$) – множина всіх раціональних чисел, а у випадку функції обернена пропорційність ($k \neq 0$) – множина раціональних чисел Q без числа 0;

Це цікаві і важливі з точки зору математики відомості, не вказати на них не можна.

графіком лінійної функції буде множина точок координатної площини, які розміщені на прямій лінії (і не вживати терміну, який можна зустріти на сторінках підручника), що графіком є пряма лінія, адже це помилка;

графіком функції обернена пропорційність є множина точок, які розміщуються на двох кривих лініях, одна з яких для $k > 0$ розташована в першій, а друга в третій чвертях координатної площини. Для $k < 0$ одна крива розташована в другій чверті, а друга в четвертій.

Таким чином, учні, наочно-оперативним шляхом (шляхом розв'язання практичних завдань) дізнаються, дивлячись на графік і називають без доведення:

а) для лінійної функції:

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

- якщо $k > 0$, то із збільшенням аргументу значення функції збільшується (постулюється властивість – функція зростає на всій області визначення), а пряма, на якій розміщується графік функції утворює з віссю OX гострий кут;

- якщо $k < 0$, то із збільшенням аргументу значення функції зменшується (постулюється властивість – функція спадає на всій області визначення), а пряма, на якій розміщується графік функції утворює з віссю OX тупий кут;

- якщо $k = 0$, то функція стала, її графік розміщений на прямій, паралельній осі OX.

б) для функції обернена пропорційність:

- якщо $k > 0$, то із збільшенням від'ємних значень аргументу значення функції зменшуються (функція спадає на множині від'ємних раціональних чисел), а графік розташовується на кривій в третій чверті координатної площини;

- якщо $k < 0$, то із збільшенням додатних значень аргументу значення функції зменшується (функція спадає на множині додатних раціональних чисел), а графік розташовується на прямій в першій чверті координатної площини.

Відповідні висновки учні формулюють також для $k < 0$. У підсумку в учнів, шляхом візуального спостереження, формуються уявлення про такі властивості функції як:

область визначення та область значень;

зростання функції на множині, спадання функції на множині.

Відбувається пропедевтичне ознайомлення з окремими властивостями функції (поступове «занурення» в теоретичний матеріал). Засвоюється відповідна термінологія. Отримані відомості згодом використовуються для графічного ілюстрування розв'язування лінійного рівняння з однією змінною, а також систем двох лінійних рівнянь з двома змінними, коефіцієнти в яких раціональні числа.

Програмою (http://surl.li/howxnx) передбачено формування у семикласників вмінь «знаходження за графіком лінійної функції значення функції за даним значенням аргументу і навпаки». Доречним буде при цьому наголосити що такі значення є наближеними і, оскільки область визначення та область значень функції – множина раціональних чисел, показати учням як можна визначити межу похибки, звернути їх увагу на якість такого обчислення, на ціну поділки чи на міліметровому папері чи на екрані комп'ютера, на якому побудовано графік функції. Таким чином учні познайомляться ще з одним джерелом наближених значень чисел і величин. Сказане актуальне і для функції $y = \frac{k}{x}$ (8 клас).

Вивчивши у 8 класі тему «Квадратні корені. Дійсні числа», учні отримують уявлення про множину дійсних чисел, про арифметичні дії над ними, про заміну під час практичних обчислень їх наближеними раціональними числами.

Тому слід повернутися до перегляду властивостей і графіків вивчених функцій $y = kx + b$ та $y = \frac{k}{x}$, які пов'язані з дійсними числами. Показати учням, які з властивостей змінюються,

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

в чому суть таких змін. Наступним кроком буде вивчення властивостей і графіків функцій $y = x^2, y = \sqrt{x}$.

Завершується **перший етап** вивчення змістової лінії «Функції» розглядом у 9 класі властивостей квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$ та її графіка. Методичну схему вивчення найпростіших елементарних функцій $y = kx + b,\ y = \frac{k}{x},\ y = x^2,\ y = \sqrt{x},\ y = ax^2 + bx + c$ на цьому етапі пропонуємо називати **наочно-пізнавальною (коротко МС-1).** Її суть полягає в наступному:

За допомогою таблиці значень аргументу і значень функції будується ймовірний графік функції.

Користуючись графіком (зчитуються) постулюються властивості (без доведень, як гіпотези): проміжки зростання, спадання, нулі функції, проміжки знакосталості, особливі точки графіка.

Інші властивості вказаних функцій не розглядаються, а самі вони, як математичні моделі використовуються під час вивчення інших тем курсу алгебри, під час розв'язування практичних та прикладних задачах з суміжних дисциплін. Саме з такою метою вони і вивчаються.

2. Вивчення змістової лінії «Функції» в 10 класі.

Другий етап вивчення змістової лінії «Функції» припадає на 10 клас, під час вивчення курсу алгебри і початків аналізу. У старшій профільній школі кількість елементарних функцій збільшується: степенева функція з раціональним показником, тригонометричні функції (обернені і необернені), показникова та логарифмічна функції. Розглядаються також функції множини: об'єм геометричного тіла, ймовірність випадкової події, площа поверхні геометричного тіла тощо. З'являється потреба у дослідженні нових важливих властивостей функції: зростання, спадання, періодичність, неперервність, проміжки знакосталості, нулі функції тощо.

Саме тому найпершою темою курсу алгебри і початків аналізу у всіх трьох програмах з математики (http://surl.li/rtjdez, http://surl.li/jnqstc, http://surl.li/aaqrqk) є тема, пов'язана з вивченням сучасного поняття функції та нових властивостей функцій і їх графіків.

Основна мета вивчення теми «Функції і їх графіки» наступна:

сформувати сучасне поняття функцій однієї змінної;

засвоїти нову методичну схему дослідження властивостей функції і її графіка; згідно нової програми здійснити огляд базових елементарних функцій, які вивчались в курсі алгебри основної школи; вивчити нові базові елементарні функції і їх графіки, що вивчаються в курсі алгебри і початків аналізу;

навчити учнів будувати графіки складених елементарних функцій і встановлювати їх властивості (область визначення і область значень, нулі функції, проміжки зростання і

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

спадання, парність, непарність, періодичність, вертикальні і горизонтальні асимптоти) за допомогою геометричних перетворень графіків базових елементарних функцій.

Вивчивши тему учень / учениця (мають оволодіти компетентностями):

формулює сучасне означення функції, числової функції;

формулює означення парної, непарної, періодичної функції, монотонно зростаючої (спадної) функції на множині;

знаходити область визначення функції, значення функцій для заданих значень аргументу і значень аргументу за яких функція набуває даного значення;

встановлює за графіком функції її властивості і вміє їх довести, користуючись означенням;

будує графіки складених елементарних функцій методом геометричних перетворень графіків базових функцій.

Тепер поняття функції трактується як відповідність між елементами двох множин, елементами яких можуть бути об'єкти довільної природи. Його можна сформувати абстрактно-дедуктивним методом. Наприклад, поширеним є наступне означення:

Означення: Нехай задано множину елементів Х і множину елементів У. Відповідність, при якій кожному елементу множини Х відповідає один елемент множини У називається функцією. Символічно це записується у вигляді рівності $y = f(x)$.

Множина Х – називається область визначення функції (її позначають символом $D(f)$).

Множина У – називається множина значень функції (її позначають символом $E(f)$).

Змінюється і методична схема вивчення властивостей функції і її графіка. На зміну схеми МС-1 встановлюється **методична схема МС-2** (її пропонуємо називати **наочно-практичною**). Суть цієї схеми містить наступну послідовність дій.

Встановлюється (обґрунтовується) область визначення функції $D(f)$.

За допомогою табличних значень «накидається» можливий графік функції.

Функція досліджується на парність, непарність.

Знаходяться нулі функції (точки перетину графіка з осями ОХ та ОУ).

Досліджується на яких проміжках функція зростає, спадає.

Досліджується чи є функція періодичною, неперервною.

Визначаються особливі точки графіка (нулі функції), за графіком (візуально) називаються найбільші, найменші значення функції і визначається область значень функції f.

За встановленою методичною схемою МС-2 надалі проводиться як огляд базових елементарних функцій, які вивчались в курсі алгебри основної школи, так і, практично, вивчення нових елементарних функцій: $y = x^r$, де $r \epsilon Q$,

$y = sinx, y = cosx, y = tgx, y = ctgx, y = e^x, y = a^x, y = lnx, y = log_a^x$.

Зразок застосування МС-2 показано нижче.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Приклад 1. Встановити властивості функції $y = \frac{1}{x}$ (обернена пропорційність).

Властивості :

1. Область визначення $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ (відкладається на ОХ).

2. Будуємо графік функції. Для цього складаємо таблицю і на координатній площині будуємо графік (рис. 1):

X	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	…
У	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	не існує	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	…

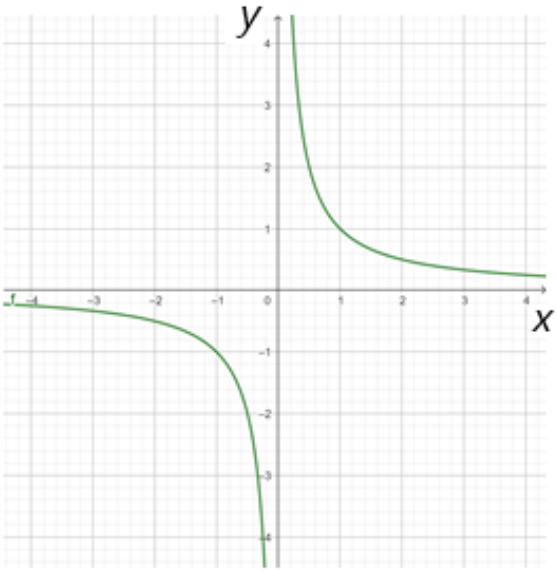


Рис. 1.

Примітка. Учням варто запропонувати виготовити шаблон на міліметровому папері або придбати готовий. Надалі такі шаблони доцільно мати для функцій $y = x^2$, $y = x^3$ і т. п.

3. Проміжки зростання і спадання. Дивлячись на графік помічаємо, що на проміжках $(-\infty;\ 0)$ і на $(0;\ +\infty)$ функція спадає. Користуючись означенням, доведемо, що на проміжку $(0;\ +\infty)$ функція дійсно спадає.

Доведення. Нехай маємо два довільних значення аргументу:

$x_1 > x_2$, де $x_1,\ x_2\ \epsilon(0;\ \infty)$. Маємо $y_1 = f(x_1) = \frac{1}{x_1},\ \ y_2 = f(x_2) = \frac{1}{x_2}$.

Записуємо різницю : $y_1 - y_2 = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}$.

Чисельник – від'ємний, а знаменник додатний, тому різниця $y_1 - y_2$ від'ємна.

Отже, на проміжку $(0;\ +\infty)$ $y_1 < y_2$ - функція спадна.

Аналогічно доводиться, що функція спадна на проміжку $(-\infty;\ 0)$.

Дидактика математики: теорія, досвід, інновації, 2024, № 2, 7-19,
© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Примітка. Варто запитати учнів: спадна чи зростаюча функція на всій області визначення $D(f)$?

4. Парна чи непарна функція (властивість).Діємо згідно означення. Перевіряємо властивості:

а) якщо $\mathrm{a} \in D(f)$, то й $-\mathrm{a} \in D(f)$ - область визначення симетрична відносно початку координат;

б) якщо $f(\mathrm{a}) = \frac{1}{a}$, $f(-\mathrm{a}) = \frac{1}{-a} = -\frac{1}{a} = -f(a)$.

Виконується рівність $f(-\mathrm{a}) = -f(a)$. Отже, функція непарна, її графік симетричний відносно початку координат (показати учням на графіку що це означає).

5. Функція $y = \frac{1}{x}$ неперіодична.

Доведення. Припустимо, що функція періодична.

Тоді, за означенням існує таке число $\mathrm{T} \neq 0$, що для всіх x з області визначення $f(x) = f(x+T)$, тобто для $\forall\, x \in D(f)$ маємо рівність :

$$\frac{1}{\mathrm{x}} = \frac{1}{\mathrm{x}+\mathrm{T}} \Leftrightarrow \frac{1}{\mathrm{x}} - \frac{1}{\mathrm{x}+\mathrm{T}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\mathrm{x}+\mathrm{T}-\mathrm{x}}{\mathrm{x}(\mathrm{x}+\mathrm{T})} = 0 \Leftrightarrow \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{x}(\mathrm{x}+\mathrm{T})} = 0$$

Рівність досягається коли $\mathrm{T} = 0$, що суперечить умові. Отже, функція неперіодична.

6. Неперервність. Нехай $x = a \in D(f)$. Тоді $\lim\limits_{x\to a} \frac{1}{x} = \frac{\lim\limits_{x\to a} 1}{\lim\limits_{x\to a} x} = \frac{1}{a}$. $f(a) = \frac{1}{a}$. Отже, функція неперервна у всіх точках області визначення.

Якщо $x = 0$, то маємо: $\lim\limits_{x\to 0_-} \frac{1}{x} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0_+} \frac{1}{x} = +\infty$. Точка $x = 0$ – точка розриву графіка.

7. Уточнюємо графік функції згідно встановлених властивостей. Область значень: $\mathrm{E}(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

8. Асимптоти: горизонтальна ОХ, вертикальна ОУ.

Побудова графіків складених елементарних функцій і дослідження їх властивостей здійснюється за допомогою геометричних перетворень графіків раніше вивчених базових функцій. Для цього учні мають знати перетворення і їх зміст, які виражаються формулами: $y = f(x) + a$, $y = f(x+a)$,$y = af(x)$, $y = f(ax)$, $y = f(|x|)$, $y = |f(x)|$. Зразок такої побудови і дослідження подано нижче.

Приклад 2. Встановити властивості і побудувати графік функції $y = \frac{2x+8}{x+3}$.

Розв'язання. Подамо функцію в іншому вигляді:

$y = \frac{2x+6+2}{x+3} = \frac{2(x+3)+2}{x} = \frac{2}{x+3} + 2$, тобто $y = \frac{2}{x+3} + 2$.

Схема побудови графіка даної функції наступна (покрокова):

1) виділяємо базову елементарну функцію, властивості якої вже вивчені.

Це функція $y = \frac{1}{x}$. Її графік відомий і є шаблон для побудови (графік 1).

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

2) за допомогою перетворення, $y = af(x)$ будуємо графік функції $y = \frac{2}{x}$ – «розтягнем» графік 1 у два рази вздовж осі ОУ (графік 2).

3) за допомогою перетворення $y = f(x + a)$ будуємо графік функції $y = \frac{2}{x+3}$ – паралельним перенесенням графіка 2 на вектор $\vec{n}(-3;\ 0)$ (графік 3).

4) за допомогою перетворення $y = f(x) + a$ будуємо графік функції $y = \frac{2}{x+3} + 2$ – паралельним перенесенням графік 3 на вектор $\vec{m}(0;\ 2)$ (графік 4).

Допоміжні графіки бажано будувати різним кольором

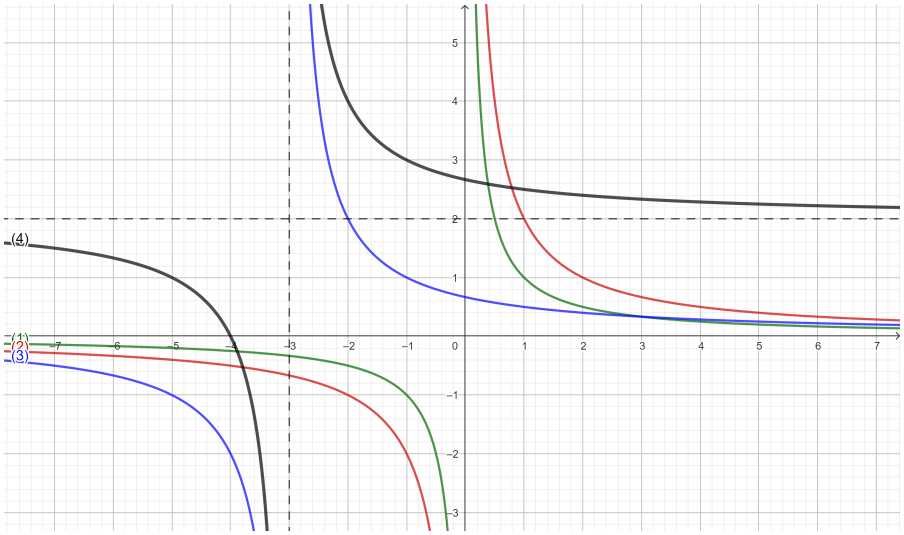


Рис. 2.

Дивлячись на графік, читаємо такі властивості функції $y = \frac{2x+8}{x+3}$:

1. Область визначення $D(f) = (-\infty; -3) \cup (3;\ +\infty)$.

2. Область значень $E(f) = (-\infty; 2) \cup (2;\ +\infty)$.

3. Неперіодична.

4. Ні парна, ні непарна (індиферентна).

5. Точки перетину з віссю ОХ : x = -4.

6. Проміжки спадання $(-\infty; -3), (-3;\ \infty)$.

7. Горизонтальна асимптота y = 2.

8. Вертикальна асимптота x = -3.

Доводити названі властивості не потрібно, вони слідують із властивостей базової функції.

З іншими властивостями (екстремуми функції, диференційовність тощо) учні не знайомі. Потрібно сказати учням, що згодом вони з ними ознайомляться і будуть встановлювати за допомогою нових знань про похідну. Тоді схема дослідження МС-2 властивостей функції ще зазначає змін.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

3. Вивчення змістової лінії «Функції» з використанням початків диференціального числення.

Третій, завершальний етап вивчення змістової лінії «Функції» розпочинається з вивченням теми «Похідна і її застосування». Похідна, як потужний засіб, дає змогу встановлювати для функцій екстремуми, найбільше та найменше значення, проміжки вогнутості і випуклості функцій, точки перетину графіка, горизонтальні асимптоти графіка. Таким чином методична схема МС-2 поповнюється новими діями, пов'язаними з перерахованими новими властивостями. Таку, нову схему ми пропонуємо називати дослідницько-практичною і коротко позначати МС-3. Її суть загально відома і полягає в наступному.

Встановлюється область визначення функції $D(f)$, будується на площині декартова система координат.

Визначаються нулі функції і відзначаються на осях ОХ та ОУ.

Визначаються проміжки зростання, спадання функції, з'ясовується чи є функція періодична.

Знаходяться екстремуми функції і відзначаються на координатній площині відповідні точки. З'ясовується чи є функція неперервна, наносяться на осі ОХ точки розриву графічно.

Визначаються точки перетину графіка, проміжки випуклості і вогнутості графіка.

Визначаються і будуються асимптоти графіка: вертикальні, горизонтальні, похилі.

Будується схематично з урахуванням властивостей, графік функції. Встановлюється область значень функції $E(f)$.

Приклади застосування МС-3 детально подані в діючих альтернативних підручниках з алгебри і початків аналізу, тому немає потреба їх наводити. Важливо навчити учнів застосовувати отримані знання під час розв'язування практичних та прикладних задач, де затребуваними будуть можливо і не всі, а окремі властивості функцій як властивості математичних моделей. Але це вже тема наступної публікації.

На завершення хочемо ще раз наголосити, змістова лінія «Функції» є фундаментальною лінією і як зазначив видатний радянський математик О. Я. Хінчин: «... Жодне інше поняття не відбиває явищ реальної дійсності з такою безпосередністю і конкретністю, як рухомість, і динамічність реального світу і взаємну обумовленість реальних величин...»

Список використаних джерел

Бевз, В. Г., & Бевз, Г. П. (2007). Алгебра: Підручник для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Київ: Зодіак-Еко. 304 с.

Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. (2011). Затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 23.11.2011 р. № 1392. Діє в старшій школі. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011-%D0%BF#Text

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Державний стандарт базової середньої освіти. (2020) Затверджено постановою Кабінету Міністрів України, від 30.09.2020 р. № 989. Діє в основній школі 5-9 класи. https://osvita.ua/legislation/Ser_osv/76886/#google_vignette

Дубинчук, О. С., Мальований, Ю. І., & Дичек, Н. П. (1991). Методика викладання алгебри в 7-9 кл. Київ: Радянська школа. 252 с.

Навчальна програма з математики для 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. (2017) Затверджена наказом МОН України від 07.06.2017, № 804: https://osvita.ua/school/program/program-5-9/56128/

Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту) https://osvita.ua/school/program/program-10-11/58878/

Навчальна програма з математики для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (профільний рівень) https://osvita.ua/school/program/program-10-11/58879/

Навчальна програма з математики для 10-11 класів (з поглибленим вивченням математики) https://osvita.ua/school/program/program-10-11/58881/

Слєпкань, З. І. (2006). Методика навчання математики. Київ: Зодіак-Еко. 310 с.

Шунда, Н. М. (1983). Функції та їх графіки: Посібник для вчителів. Київ: Радянська школа. 190 с.

References

Bevz, V. H., & Bevz, H. P. (2007). *Algebra: Pidruchnyk dlia 7 klasu zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv*. [Algebra: Textbook for the 7th grade of secondary schools]. Kyiv: Zodiac-Eco. [in Ukrainian]

Kabinet Ministriv Ukrainy (2011). Derzhavnyi standart bazovoi i povnoi zahalnoi serednoi osvity. [State standard of basic and complete general secondary education]. Zatverdzheno postanovoiu Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 23.11.2011 r. № 1392. Diie v starshii shkoli. [Approved by the Cabinet of Ministers of Ukraine of 23.11.2011 № 1392. It operates in high school]. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011-%D0%BF#Text [in Ukrainian]

Kabinet Ministriv Ukrainy (2020). Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity. [State standard of basic secondary education]. Zatverdzheno postanovoiu Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 30.09.2020 r. № 989. Diie v osnovnii shkoli (5–9 klasy) [Approved by the Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine, dated 30.09.2020. № 989. It operates in the main school grades 5-9]. https://osvita.ua/legislation/Ser_osv/76886/#google_vignette [in Ukrainian]

Dubynchuk, O. S., Malovanyi, Yu. I., & Dychek, N. P. (1991). *Metodyka vykladannia alhebra v 7-9 klasakh*. [Methods of teaching algebra in grades 7-9]. Kyiv: Radianska shkola. [in Ukrainian]

Navchalna prohrama z matematyky dlia 5–9 klasiv zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv. (2017). [Ministry of Education and Science of Ukraine. Mathematics curriculum for grades 5-9 of secondary schools] https://osvita.ua/school/program/program-5-9/56128/ [in Ukrainian]

Navchalna prohrama z matematyky dlia uchniv 10–11 klasiv zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv. Rivn. Standartu [Ministry of Education and Science of Ukraine. The curriculum in mathematics for students of grades 10-11 of secondary schools. standard level] https://osvita.ua/school/program/program-10-11/58878/ [in Ukrainian]

Navchalna prohrama z matematyky dlia 10–11 klasiv zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv (profilnyi rivn). [Ministry of Education and Science of Ukraine. Mathematics curriculum for grades 10-11 of secondary schools (profile level)] https://osvita.ua/school/program/program-10-11/58879/ [in Ukrainian]

Navchalna prohrama z matematyky dlia 10–11 klasiv (z pohlyblenym vyvchennem matematyky) [Ministry of Education and Science of Ukraine. Mathematics curriculum for grades 10-11 (with advanced study of mathematics)] https://osvita.ua/school/program/program-10-11/58881/ [in Ukrainian]

Slepkan, Z. I. (2006). *Metodyka navchannia matematyky*. [Methods of teaching mathematics]. Kyiv: Zodiac-Eco. [in Ukrainian]

Shunda, N. M. (1983). *Funktsii ta yikh hrafiky: Posibnyk dlia vchyteliv*. [Functions and their schedules: Manual for teachers]. Kyiv: Radianska shkola. [in Ukrainian]

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 373.5.016:[514:510.6]
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-20-28

Методичні особливості вивчення логічних основ математики в інтегрованому курсі «Математика» для учнів 7 класу НУШ

Олександр Школьний

Український державний університет імені Михайла Драгоманова, м. Київ, Україна.
E-mail: o.v.shkolnyi@udu.edu.ua ORCID 0000-0002-3131-1915

Анотація

Наразі реформування української школи спрямоване на те, щоб її випускники в дорослому житті стали реалізованими та щасливими громадянами процвітаючої країни. Задля цієї мети основою реформи «Нова Українська Школа» (НУШ) був обраний компетентнісний підхід до навчання, який орієнтує весь процес навчання в школі не на формальне здобуття учнями знань, умінь і навичок у тій чи іншій предметній області, а на формування в них відповідних таких характеристик особистості, котрі дозволять у майбутньому забезпечити їм успішну самореалізацію. Етапами реалізації реформи української школи стало затвердження Державних стандартів освіти та модельних навчальних програм, зокрема, з математики. За цими програмами були створені відповідні підручники, зокрема, підручник інтегрованого курсу «Математика» для 7 класу авторського колективу Олександр Школьний, Євген Нелін, Андрій Миляник і Юлія Простакова. Даний підручник є інноваційним і передбачає еволюційне оновлення змісту шкільної математики в 7 класі, зокрема, введення адаптаційної теми «Поняття та їх означення, твердження та їх доведення», яка стосується логічних основ математики безпосередньо перед вивченням геометричного матеріалу на аксіоматичній основі.

Метою статті є висвітлення методичних особливостей вивчення логічних основ математики в курсі математики 7 класу НУШ. Зокрема, в роботі нами показано, яким чином здійснити адаптацію семикласників до вивчення абстрактного матеріалу з геометрії, який завжди викликав труднощі. Ця адаптація досягається шляхом пояснення на простих прикладах із повсякденного життя логічної суті понять і тверджень. Учні починають розуміти, чому окремим поняттям не дають означень, а лише певним чином їх моделюють, а окремі поняття означають через неозначувані поняття та поняття, означення яких уже дані. Також семикласникам стає зрозуміло, яким чином встановлюється істинність тверджень (на основі життєвого досвіду та домовленості), чому окремі твердження приймають без доведення, а окремі доводять.

Матеріали апробації згаданого підручника з математики для 7 класу свідчать про інтерес учнів до логічних основ математики, а також показують, що після опанування цього матеріалу вони легше сприймають вивчення властивостей найпростіших геометричних фігур. У подальшому ми плануємо продовжувати дослідження в цьому напрямку, оскільки цей підручник рекомендований МОН України для навчання математики в 7 класі НУШ.

Ключові слова: Нова Українська Школа, інтегрований курс «Математика», логічні основи математики, поняття та їх означення, твердження та їх доведення.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC 373.5.016:[514:510.6]
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-20-28

Methodological features of studying the logical basics of mathematics in the integrated course “Mathematics” for students of the 7-th grade of NUS.

Oleksandr Shkolnyi

Mykhailo Drahomanov Ukrainian State University, Kyiv, Ukraine.
E-mail: o.v.shkolnyi@udu.edu.ua ORCID 0000-0002-3131-1915

Abstract

Currently, the reform of the Ukrainian school is aimed at ensuring that its graduates become fulfilled and happy citizens of a prosperous country in adulthood. For this reason, the basis of the “New Ukrainian School” (NUS) reform was chosen to be a competency-based approach to learning, which focuses the entire process of learning at school not on the formal acquisition of knowledge, skills and abilities by students in one or another subject area, but on the formation of relevant such personality characteristics that will allow them to ensure their successful self-realization in the future. The stages of implementation of the Ukrainian school reform were the approval of State Education Standards and model programs, in particular, in mathematics. According to these programs, appropriate textbooks were created, in particular, the textbook of the integrated course “Mathematics” for the 7-th grade of the author’s team Oleksandr Shkolnyi, Yevhen Nelin, Andrii Mylianyk and Yuliia Prostakova. This textbook is innovative and involves an evolutionary update of the content of school mathematics in the 7-th grade, in particular, the introduction of the adaptation topic “Concepts and their definitions, statements and their proofs”, which concerns the logical foundations of mathematics immediately before studying geometric material on an axiomatic basis.

The purpose of the article is to highlight the methodological features of studying of math logical foundations in the 7-th grade mathematics course of NUS. In particular, in the article we show how to adapt seventh-graders to studying abstract geometry material, which has always caused difficulties. This adaptation is achieved by explaining the logical essence of concepts and statements using simple examples from everyday life. Students begin to understand why certain concepts are not defined, but only modeled in some way, and certain concepts are defined through undefined concepts and concepts whose definitions have already been given. It also becomes clear to seventh-graders how the truth of statements is established (on the basis of life experience and some agreements), why some statements are accepted without proof, and some of them are proved.

Approbation materials of the mentioned textbook on mathematics for the 7-th grade testify to the students’ interest in the logical foundations of mathematics, and also show that after mastering this material, they more easily perceive studying of the simplest geometric figures properties. In the future, we plan to continue research in this direction, since this textbook is recommended by the MES of Ukraine for teaching mathematics in the 7-th grade of the New Ukrainian School.

Keywords: New Ukrainian School, integrated course "Mathematics", logical foundations of mathematics, concepts and their definitions, statements and their proofs.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Постановка проблеми. Реформа освіти «Нова Українська Школа» (НУШ) виникла в результаті невідповідності запитів українського суспільства щодо української освітньої системи та результатів її функціонування. Ця невідповідність проявилася в результатах державної підсумкової атестації (ДПА) випускників 9 та 11 класів, зовнішнього незалежного оцінювання якості знань (ЗНО) абітурієнтів закладів вищої освіти (ЗВО), а також у результатах міжнародних порівняльних досліджень PISA (див., наприклад, НУШ, 2024; Бахрушин, 2019; Мазорчук та ін., 2019; Вакуленко та ін, 2021; УЦОЯО, 2021).

Основною ідеєю реформи НУШ є орієнтація учнівства, перш за все, на успішну інтеграцію в суспільство після закінчення школи, професійну реалізованість та особисте задоволення від власної діяльності в дорослому світі. Тому природно, що теоретичною основою реформи НУШ обрано *компетентнісний підхід*, який орієнтує весь процес навчання в школі не на формальне здобуття учнями знань, умінь і навичок у тій чи іншій предметній області, а на формування в них відповідних таких характеристик особистості, котрі дозволять у майбутньому забезпечити їм успішну самореалізацію.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Першим практичним кроком щодо реалізації такої концепції є створення *Державних стандартів освіти* – для початкової, базової середньої та старшої профільної школи. Ці стандарти були створені та затверджені відповідно у 2018, 2020 та 2024 році (КМУ України, 2018; КМУ України 2020; МОН України, 2024). На основі цих стандартів фахові авторські колективи розробили *модельні навчальні програми* для кожної з 9 освітніх галузей (мовно-літературної, математичної, природничої, технологічної, інформатичної, соціальної і здоров'язбережувальної, громадянської та історичної, мистецької, фізкультурної). Для математичної освітньої галузі, зокрема, існують більше десяти модельних програм з математики різних авторів для початкової школи та для базової середньої школи (МОН України, 2024).

На основі модельних програм вчителі в межах своєї академічної свободи мають розробити і впровадити відповідні навчальні програми, створити календарно-тематичне планування та інші дидактичні матеріали для здійснення освітньої діяльності. Однак, не слід забувати, що основним засобом навчання, зокрема, математики, при цьому залишаються підручники, створені авторськими колективами за затвердженими Міністерством освіти і науки України (МОН) модельними навчальними програмами. Нині існує також більше 10 таких підручників з математики для початкової школи та для базової середньої школи (ІМЗО, 2024).

Авторський колектив у складі Марії Василишин, Андрія Миляника, Миколи Працьовитого, Юлії Простакової та Олександра Школьного створив інноваційну модельну програму з математики для 5-6 та 7-9 класів (Василишин та ін., 2021, Василишин та ін., 2023). Основною відмінністю цієї програми від інших модельних програм є орієнтація колективу на європейські та світові освітні тенденції останніх десятиліть. Наприклад, у цій програмі суттєво посилено імовірнісно-статистичну лінію, пропонується вивчати в 7-9 паралельно з

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

плоскими геометричними фігурами також і просторові, вводяться елементи фінансової математики тощо. Більш детально особливості цієї програми висвітлено в статті (Shkolnyi, 2023).

Не зважаючи на те, що в 7-9 класах за описаною модельною програмою пропонується вивчати інтегрований курс математики замість окремих курсів алгебри та геометрії, геометричних матеріал залишається важливою складовою програми. Дійсно, саме цей матеріал значною мірою сприяє формуванню вміння учнів проводити логічні міркування та розвитку їх абстрактного мислення. Традиційно вивчення геометричного матеріалу з використанням абстрактного аксіоматичного методу розпочинається в 7 класі та викликає в учнів значні труднощі щодо його сприйняття, а у вчителів – труднощі щодо обґрунтування доцільності саме такого викладу.

У більшості діючих нині підручників адаптації учнів 7 класу до зміни стилю вивчення геометричного матеріалу порівняно зі стилем вивчення математичного матеріалу 1-6 класів практично не спостерігається. Тому багатьом із них важко зрозуміти, наприклад, чому окремим поняттям потрібно давати означення, а окремі ми вважаємо неозначуваними; чому окремі твердження потрібно доводити, а окремі можна прийняти без доведення; які логічні міркування можна вважати достатніми для обґрунтування твердження, а які – ні; як, власне, потрібно проводити логічні міркування та які логічні закони є основою цих міркувань тощо.

У підручнику авторського колективу Олександр Школьний, Євген Нелін, Андрій Миляник і Юлія Простакова, створеного за модельною програмою (Школьний та ін., 2024), наведено один можливих шляхів подолання вказаних вище труднощів. Зокрема, в цьому підручнику (згідно з модельною програмою) перед вивченням геометричного матеріалу вивчається розділ «Поняття та їх означення. Твердження та їх доведення», в якому на основі простих прикладів із повсякденного життя закладаються основи абстрактного логічного мислення, які будуть використані в подальшому при вивченні властивостей геометричних фігур на площині та в просторі.

Метою цієї статті є висвітлення методичних особливостей вивчення логічних основ математики в курсі математики 7 класу НУШ. Ми зосередимо свою увагу на тому, на що саме варто звернути увагу вчителів, які прагнуть усвідомленого формування в учнів НУШ абстрактного мислення. Також ми розповімо, як саме сприяти тому, щоби семикласники не лише не боялися працювати в подальшому з абстрактними поняттями і проводити логічні міркування, а ще й отримували від цього естетичне задоволення.

Виклад основного матеріалу. Основною ідеєю введення в модельну навчальну програму теми «Поняття та їх означення. Твердження та їх доведення» (а в підручник – відповідного розділу) є підготовка та адаптація учнів до наступного вивчення матеріалу, котрий раніше вивчався в курсі геометрії. Традиційно геометричний матеріал подається в школі з використанням аксіоматичної теорії. Тобто спочатку розглядаються неозначувані (первісні)

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

поняття геометрії (точка, пряма, площина) та неозначувані відношення (належати, лежати між, лежати по один бік). Далі з використанням неозначуваних понять і відношень наводяться означення інших геометричних фігур (відрізок, промінь, кут, трикутник тощо). Стосовно цих абстрактних об'єктів формулюють твердження, окремі з яких приймаються без доведення (аксіоми), а інші – доводяться на основі логічних міркувань (теореми).

Уже описана схема вивчення геометричного матеріалу наводить на думку, що його опанування буде даватися семикласникам непросто, а наш педагогічний досвід це лише додатково підтверджує. Річ у тім, що учням одразу доводиться мати справу з абстрактними поняттями і формальними логічними міркуваннями щодо них. А цьому їх (можливо, за певними виключеннями) ніхто ніколи не вчив. Крім того, внаслідок вікових особливостей, абстрактне мислення підлітків-семикласників лише починає формуватися. Матеріал цієї теми та розділу підручника має сприяти цьому формуванню.

Водночас зауважимо, що ми не ставимо перед собою мету абсолютно строго і повністю коректно з наукової точки зору викласти основи логіки. Мабуть, для більшості учнів 7 класу такий рівень викладу є недоступним для сприйняття. Крім того, дана тема покликана не ускладнити та формалізувати подальше вивчення геометричного матеріалу, а навпаки – спростити його шляхом використання аналогій. Учні мають зрозуміти, що означення понять вони вже давали, а істинність тверджень також уже неодноразово встановлювали і в повсякденному житті, і при вивченні курсу математики 1-6 класу. Тут ми прагнемо показати учням, що логічні міркування (в тому числі формулювання означень понять і доведення істинності тверджень) притаманні усім сферам людського життя і не стосуються лише певних абстрактних геометричних об'єктів – точок, прямих, відрізків, трикутників, кіл тощо.

Розпочинається вивчення даної теми з понять та їх означень. У підручнику (Школьний та ін., 2024) із конкретних прикладів учні починають розуміти, що далеко не всім поняттям, що використовуються як у повсякденному житті, так і в науці, можна дати означення, бо означення нових понять здебільшого даються через інші, означені раніше поняття, тому такий ланцюжок не може тривати нескінченно. Отже, природно окремим поняттям не давати означень, а лише моделювати та описувати їх зрозумілим чином. Варто стимулювати учнів на уроці самим будувати власні ланцюжки понять доти, доки вони не дійдуть до необхідності домовитись якесь поняття зробити неозначуваним.

Після того, як учні усвідомлять необхідність неозначуваних понять та на конкретних прикладах із повсякденного життя і раніше вивчених понять курсу математики зрозуміють, яким чином можна давати означення, варто навести приклади точки, прямої та площини як основних неозначуваних понять геометрії. Це буде своєрідною пропедевтикою вивчення матеріалу наступного розділу підручника (теми модельної програми), що стосується найпростіших геометричних фігур – точок, прямої, відрізків, кутів, трикутників.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Важливо, щоб учні зрозуміли відмінність між самим поняттям і терміном, котрий його позначає. Для цього можна провести таку аналогію з деякою «коробкою»: поняття – це те, що лежить у «коробці», а термін – те, що на цій «коробці» написано. Приклади різних термінів, що стосуються одного поняття, також сприятимуть кращому розумінню учнів суті згаданої відмінності (моном і одночлен, поліном і многочлен, буква і літера, малюнок і рисунок тощо).

Співвідношення між обсягами понять зручно зображати за допомогою діаграм Венна. Такі задачі учні вже виконували в 5 класі (зокрема, за модельною програмою (Василишин та ін., 2021) і підручниками (Біос, 2022) та (Біос, 2023), не акцентуючи увагу на відповідній теоретичній складовій. Тому цей матеріал уже їм відомий, а отже не повинен викликати значних труднощів. Для обдарованих учнів важливо зробити акцент на залежності між обсягом та змістом поняття: чим більший зміст поняття (кількість властивостей, що його описують), тим менший його обсяг і навпаки – чим менший зміст поняття, тим більший його обсяг. При цьому, на нашу думку, не варто вимагати від учнів відтворення означень змісту та обсягу поняття, досить того, щоб учні на конкретних прикладах розуміли, що це таке.

Додатково підкреслюємо, що наведений вище матеріал не варто надмірно формалізовувати. Семикласники мають опановувати цей матеріал, фактично, в ігровій формі, маючи великий простір для творчого пошуку, висловлюючи власні (можливо, не завжди вдалі) пропозиції щодо означування понять із повсякденного життя. Учитель має виступати модератором, допомагаючи учням у підсумку уникати логічних помилок та некоректностей.

Після детального розгляду понять та їх означення природно перейти до розгляду тверджень та їх доведень. Звертаємо увагу, що означення поняття «твердження» дається після розгляду конкретних прикладів тверджень із повсякденного життя. Ми не радимо вимагати від усіх учнів обов'язкового запам'ятовування цього означення, натомість варто запропонувати учням навести приклади власних тверджень, що стосуються повсякденного життя та спробувати обґрунтувати їх істинність чи хибність. При цьому бажано звертати увагу на аргументи, які наводять учні на користь своєї позиції. У цьому випадку знову корисно дати семикласникам певну свободу та право на помилки у своїй аргументації, виступаючи в ролі модератора. Однак, наприкінці уроку вчителю слід висловити власну аргументовану думку з приводу наведених учнями міркувань, яка вказує на логічні помилки в цих міркуваннях (якщо вони були).

Ми вважаємо, що слід зробити акцент на тому, що істинність багатьох тверджень встановлюється за домовленістю. При цьому це стосується і сфери спілкування, і етичних норм, і юридичних норм. Однак, що природно, не можна домовитись про істинність чи хибність абсолютно всіх чи навіть більшості тверджень, бо це щонайменше створює технічні незручності в користуванні через громіздкість пошуку відповідної домовленості. Тому природно, що домовляються про істинність лише для певної мінімальної кількості тверджень (їх називають аксіомами), а істинність чи хибність інших тверджень обґрунтовують за

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

допомогою логічних міркувань (їх називають теоремами). Це дозволяє зменшити обсяги законодавчих документів, правил внутрішнього розпорядку тощо. Такими документами стає зручніше користуватися, але виникає потреба в розвитку логічних міркувань, що дозволятимуть за обмеженої кількості домовленостей ухвалити рішення у випадку, котрий не збігається безпосередньо з жодною з них.

Для проведення логічних міркувань використовуються закони логіки (закон тотожності, закон протилежності, закон виключення третього і закон достатньої підстави). Ми не радимо вимагати від учнів формального «зазубрювання» цих законів, натомість важливо наводити на уроках достатню кількість конкретних прикладів, щоб добитися розуміння цих законів. Зокрема, важливо, щоб учні розуміли відмінність між твердженнями, що є протилежними та супротивним до даного твердження.

Доцільно разом з учнями звернутися, наприклад, до тлумачного словника української мови і уточнити, що термін «протилежне» означає «те, що зовсім не схоже на що-небудь, несумісне з чимось». Слід навести достатню кількість тверджень із повсякденного життя, які ілюструють, що до даного твердження можна навести безліч протилежних тверджень, але лише одне з них буде супротивним. Це корисно для подальшого розуміння суті методу доведення від супротивного, який базується на законі виключення третього.

Доцільно звернути увагу учнів на те, що для формулювання твердження, супротивного до даного, найчастіше використовують частку «не» або словосполучення «неправда, що». Також корисно обговорити з учнями, що у випадку, якщо задане твердження буде істинним, то супротивне до нього твердження буде хибним, а якщо задане твердження буде хибним, то супротивне до нього твердження буде істинним.

Доцільно явно виділити для учнів план доведення тверджень методом від супротивного.

Припустимо супротивне тому, що потрібно довести.

Використовуючи це припущення, одержуємо висновок, який суперечить умові або відомому істинному твердженню.

Робимо висновок, що наше припущення неправильне, а отже, правильне (істинне) те, що потрібно довести.

Після розгляду тверджень із повсякденного життя природно наводити приклади вже відомих учням тверджень із курсу математики 1-6 класу, показуючи, які з них є аксіомами, а які – теоремами. Наприклад, закони додавання і множення (переставний, сполучний і розподільний) цілком можна вважати аксіомами, а от усі твердження про формули скороченого множення, вочевидь, є теоремами, доведення яких полягає в послідовному застосуванні згаданих законів. Цим самим ми підводимо семикласників до висновку, що весь пропонований у даній темі (розділі підручника) матеріал насправді, фактично, не є принципово новим, потрібно лише розставити певні акценти у вже відомому.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Висновки і перспективи подальших досліджень. На наше переконання, описане вище вивчення логічних основ математики, яке стосується понять та їх означень і тверджень та їх доведень, сприятиме глибшому засвоєнню геометричного матеріалу учнями 7 класу НУШ, а також сприятиме формуванню розуміння учнів необхідності розвитку власного абстрактного мислення, оскільки такий тип мислення стає в нагоді не лише на уроках математики, а й у повсякденному житті.

Пілотування та апробація модельної програми (Василишин та ін, 2023) і підручника (Школьний та ін., 2024) протягом 2023-2024 навчального року в більш ніж 100 навчальних закладах України свідчать, що учні цілком позитивно сприймають такий підхід і перестають боятися абстрактних міркувань. Разом із тим слід зазначити, що ретельне дослідження ефективності такого способу опанування геометричного матеріалу учнями 7 класу НУШ іще попереду, оскільки дана програма та підручник використовуються в навчальному процесі, фактично, лише один навчальний рік. Однак, ми переконані в доцільності та перспективності даного підходу і будемо й надалі користуватися ним для формування ключових компетентностей учнів у контексті реформи «Нова українська школа».

Список використаних джерел

Бахрушин, В. (2019) Математика у PISA-2018: Результати і висновки. Нова українська школа. https://nus.org.ua/articles/matematyka-u-pisa-2018-rezultaty-i-vysnovky/.

Біос, Дж. Е. (2022) Математика: підручник для 5 класу закладів загальної середньої освіти. Київ. «Формула».

Біос, Дж. Е. (2023) Математика: підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти. Київ. «Формула».

Вакуленко, Т., Горох, В., Раков, С., Терещенко, В. (2021) PISA-2022: Рамковий документ з математики. http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/12/pisa_2022_ramkovyj_dokument_matematyka.pdf

Василишин, М.С., Миляник, А.І., Працьовитий, М.В., Простакова, Ю.С., Школьний, О.В. (2021) Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти. https://osvita.ua/doc/files/news/830/83023/Matem_5-6-kl-Vasylyshyn_ta_in_14_07_1.pdf

Василишин, М. С., Миляник, А. І., Працьовитий, М. В., Простакова, Ю. С., Школьний, О. В. (2023) Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти. https://osvita.ua/doc/files/news/896/89677/Matematyka_7-9_kl_Vasylyshyn_ta_in_26_07.pdf

ІМЗО (2024) Електронні версії підручників. https://imzo.gov.ua/pidruchniki/elektronni-versiyi-pidruchnikiv/

КМУ України (2018) Державний стандарт початкової освіти. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/688-2019-п#Text.

КМУ України (2020) Державний стандарт базової середньої освіти. https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898

Мазорчук, М., Вакуленко, Т., Терещенко, В., Бичко, Г., Шумова, К., Раков, С., Горох, В. (2019). Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA_2018_Report_UKR.pdf

МОН України (2023). Державний стандарт профільної середньої освіти. https://mon.gov.ua/storage/app/media/gromadske-obgovorennya/2023/10/30/HO-proyekt.Derzhstandartu.profilnoyi.serednoyi.osvity-30.10.2023.pdf

МОН України (2024) Математика. Модельні програми для 5-6 класів і 7-9 класів НУШ. https://osvita.ua/school/program/program-5-9/83194/

НУШ (2024) Офіційний сайт проєкту «Нова Українська школа». https://nus.org.ua

УЦОЯО (2021) Офіційний звіт про проведення в 2021 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної загальної середньої освіти. https://testportal.gov.ua//wp-content/uploads/2021/11/ZVIT_ZNO_2021-Tom_2_.pdf

Школьний, О.В., Нелін, Є.П., Миляник, А.І., Простакова, Ю.С. (2024) Математика: підручник інтегрованого курсу для 7 класу закладів загальної середньої освіти (у 2 частинах). Харків. «Ранок».

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Shkolnyi, O. (2023) New approach to studying mathematics in the 7th grade within the New Ukrainian School project. In “Educația în contextul provocărilor societale: paradigme, inovații, transfer tehnologic: Materialele Conferinței științifice naționale cu participare internațională, 17 noiembrie 2023, Chişinău”. Chişinău. Universitatea Pedagogică de Stat “Ion Creangă” din Chişinău.

References

Bakhrushyn, V. (2019). Matematika u PISA-2018: Rezultaty i vysnovky. *Nova ukrainska shkola*. [Mathematics in PISA-2018: Results and conclusions. New Ukrainian School]. https://nus.org.ua/articles/matematyka-u-pisa-2018-rezultaty-i-vysnovky/ [in Ukrainian]

Bios, J. E. (2022). *Matematika: Pidruchnyk dlia 5 klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity*. [Mathematics: textbook for grade 5 institutions of general secondary education]. Kyiv: Formula. [in Ukrainian]

Bios, J. E. (2023). *Matematika: Pidruchnyk dlia 6 klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity*. [Mathematics: textbook for grade 6 institutions of general secondary education] Kyiv: Formula. [in Ukrainian]

Vakulenko, T., Horokh, V., Rakov, S., & Tereshchenko, V. (2021). *PISA-2022: Ramkovyi dokument z matematyky*. [PISA-2022: Framework document on mathematics]. http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/12/pisa_2022_ramkovyj_dokument_matematyka.pdf [in Ukrainian]

Vasylyshyn, M. S., Mylianyk, A. I., Pratsovytyi, M. V., Prostakova, Yu. S., & Shkolnyi, O. V. (2021). Modelna navchalna prohrama "Matematika. 5-6 klasy" dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Model curriculum "Mathematics. Grades 5-6" for institutions of general secondary education]. https://osvita.ua/doc/files/news/830/83023/Matem_5-6-kl-Vasylyshyn_ta_in_14_07_1.pdf [in Ukrainian]

Vasylyshyn, M. S., Mylianyk, A. I., Pratsovytyi, M. V., Prostakova, Yu. S., & Shkolnyi, O. V. (2023). Modelna navchalna prohrama "Matematika. 7-9 klasy" dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Model curriculum "Mathematics. Grades 7-9" for institutions of general secondary education.]. https://osvita.ua/doc/files/news/896/89677/Matematyka_7-9_kl_Vasylyshyn_ta_in_26_07.pdf [in Ukrainian]

Institute of Modernization of Education Content. (2024). *Elektronni versii pidruchnykiv* [Electronic versions of textbooks]. https://imzo.gov.ua/pidruchniki/elektronni-versiyi-pidruchnikiv/ [in Ukrainian]

Cabinet of Ministers of Ukraine. (2018). *Derzhavnyi standart pochatkovoi osvity* [State standard of primary education]. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/688-2019-%D0%BF#Text [in Ukrainian]

Cabinet of Ministers of Ukraine. (2020). *Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity* [State standard of basic secondary education]. https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898 [in Ukrainian]

Mazorchuk, M., Vakulenko, T., Tereshchenko, V., Bychko, H., Shumova, K., Rakov, S., & Horokh, V. (2019). *Natsionalnyi zvit za rezultatamy mizhnarodnoho doslidzhennia yakosti osvity PISA-2018* [National report on the results of the international study of the quality of education PISA-2018]. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA_2018_Report_UKR.pdf [in Ukrainian]

Ministry of Education and Science of Ukraine. (2023). *Derzhavnyi standart profilnoi serednoi osvity* [State standard of specialized secondary education]. https://mon.gov.ua/storage/app/media/gromadske-obgovorennya/2023/10/30/HO-proyekt.Derzhstandartu.profilnoyi.serednoyi.osvity-30.10.2023.pdf [in Ukrainian]

Ministry of Education and Science of Ukraine. (2024). *Matematyka: Modelni prohramy dlia 5-6 klasiv i 7-9 klasiv NUSH* [Mathematics. Model programs for grades 5-6 and 7-9 NUS classes]. https://osvita.ua/school/program/program-5-9/83194/ [in Ukrainian]

New Ukrainian School. (2024). *Ofitsiinyi sait proiektu "Nova Ukrainska Shkola"* [Official site of the project "New Ukrainian School"] https://nus.org.ua [in Ukrainian]

Ukrainian Center for Educational Quality Assessment. (2021). *Ofitsiinyi zvit pro provedennia v 2021 rotsi zovnishnoho nezalezhnoho otsiniuvannia rezultatov navchannia, zdobutykh na osnovi povnoi zahalnoi serednoi osvity* [Official report on the 2021 external independent assessment of learning outcomes obtained on the basis of complete general secondary education]. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/11/ZVIT_ZNO_2021-Tom_2_.pdf [in Ukrainian]

Shkolnyi, O. V., Nielin, Ye. P., Mylianyk, A. I., & Prostakova, Yu. S. (2024). *Matematika: Pidruchnyk intehrovanoho kursu dlia 7 klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity* (u 2 chastynakh) [Mathematics: textbook integrated course for grade 7 institutions of general secondary education (in 2 parts)]. Kharkiv: Ranok. [in Ukrainian]

Shkolnyi, O. (2023). New approach to studying mathematics in the 7th grade within the New Ukrainian School project. In *Educația în contextul provocărilor societale: paradigme, inovații, transfer tehnologic: Materialele Conferinței științifice naționale cu participare internațională, 17 noiembrie 2023, Chișinău*. Chișinău: Universitatea Pedagogică de Stat “Ion Creangă” din Chișinău.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 37.016:373:51
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-29-43

Чи є місце параметрам у шкільному курсі математики?

Алла Прус[1], Ольга Чемерис[2]

[1] Житомирський державний університет імені І. Франка, м. Житомир, Україна. E-mail: pruswork@gmail.com,
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-8869-2544
[2] Житомирський державний університет імені І. Франка, м. Житомир, Україна. E-mail: chemeryswork@gmail.com ,
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7099-1095

Анотація

У дослідженні порушується питання доцільності та корисності завдань із параметрами в курсі математики, який вивчається в загальноосвітніх закладах України. Мета статті – представити власне бачення можливості формування поняття параметра у шкільному курсі математики, починаючи з основної школи.

Зазначено, що процес формування поняття параметра є ефективним, якщо його учасники вмотивовані, мають компетенції здійснювати даний процес, створено відповідні стартові умови для цього процесу та умови його підтримки впродовж навчання. З'ясовано, що в основній школі у двох із чотирьох існуючих модельних навчальних програм із алгебри завдання з параметрами не згадуються. В двох інших такі завдання зараховані до додаткових тем. Тобто питання про доцільність навчання їх розв'язувати віднесено на розсуд вчителя. Проаналізовано дев'ять діючих підручників для сьомого класу різних авторських колективів на предмет того, чи згадується у них про параметри, чи є вправи з параметрами у темі «Лінійні рівняння з однією змінною», де параметри могли цілком природно з'явитись у шкільному курсі математики основної школи. Встановлено, що у більшості підручників в означенні лінійного рівняння не використовується поняття параметра, лише в одному підручнику поняття лінійного рівняння з параметром вводиться у спеціальній рубриці для тих, хто хоче знати більше. Водночас, майже в усіх підручниках завдання з параметрами, фактично, містяться у системі завдань до теми «Лінійні рівняння з однією змінною». Однак вони є ніби у «прихованому» вигляді, оскільки формулювання завдань не містять слова «параметр». Окреслено теми алгебри 7-9 класів, у процесі вивчення яких можна було б навчати учнів розв'язувати завдання з параметрами в явному вигляді. Це могло б допомогти учнями не боятись таких завдань у подальшому та сформувати вміння розв'язувати базові завдання з параметрами. Акцентовано увагу на важливості збереження завдань із параметрами у шкільному курсі математики.

Ключові слова: параметр; завдання з параметрами; лінійні рівняння з параметрами; основна школа; шкільний курс математики.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC 37.016:373:51
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-29-43

Is there a place for parameters in the school mathematics course?

Alla Prus[1], Olga Chemeris[2]

[1] Zhytomyr Ivan Franko State University, Zhytomyr, Ukraine. E-mail: pruswork@gmail.com,
ORCID ID https://orcid.org/0000-0002-8869-2544
[2] Zhytomyr Ivan Franko State University, Zhytomyr, Ukraine. E-mail: chemeryswork@gmail.com,
ORCID ID https://orcid.org/0000-0002-7099-1095

Abstract

The question of the expediency and usefulness of problems with parameters in the Mathematics course taught in secondary schools in Ukraine is raised in this study. The purpose of the paper is to present the author's own vision of the possibility of forming the concept of parameter in the school course of Mathematics, starting from the primary school.

It is noted that the process of forming the concept of a parameter is effective if its participants are motivated, have the competence to carry out this process, and appropriate starting conditions for this process and conditions for its support during the course of study are created. It has been found that in primary school, two of the four existing model curricula of Algebra do not include problems with parameters. In the other two, such tasks are included in additional topics. That is, the question of the expediency of learning to solve them is at the discretion of the teacher. Nine current seventh-grade textbooks created by different authors were analyzed to determine whether they mention parameters or have problems with parameters in the topic “Linear equations with one variable”, where parameters could naturally appear in the primary school course of Mathematics. It was found that most textbooks do not use the concept of a parameter in the definition of a linear equation; and only one textbook introduces the concept of a linear equation with a parameter in a special section for those who want to know more. At the same time, in almost all textbooks, problems with parameters are actually included in the system of problems for the topic “Linear equations with one variable”. However, they are in a “hidden” form, as the wording of the tasks does not contain the word ‘parameter’. The paper outlines the topics of Algebra in grades from 7th to 9th, which could be taught to pupils to solve problems with parameters explicitly. This could help pupils not to be afraid of such tasks in the future and develop the ability to solve basic problems with parameters. The paper emphasizes the importance of keeping problems with parameters in the school course of Mathematics.

Keywords: parameter; problems with parameters; linear equations with parameters; primary school; school course of Mathematics.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Постановка проблеми. Параметри, а точніше завдання з параметрами посіли місце «страшилок» для більшості учнів, які проходять державну атестацію по закінченню вивчення курсу математики в школі. Основною причиною є відсутність достатньої практики з розв'язування завдань такого типу на уроках. Така ситуація практично унеможливлює їх вирішення під час іспиту. Учні намагаються надолужити цю прогалину самостійно або звертаються до репетиторів за допомогою. Це не завжди дає бажаний результат. Причиною вважають те, що навчання розв'язувати завдання з параметрами потребує багато зусиль та часу. У цьому можна вбачати також певне пояснення того факту, що вчителі нерідко обирають за краще взагалі не знайомити учнів із таким завданнями.

Зрозуміло, протягом останніх чотирьох років вітчизняна система освіти перебуває у надскладних обставинах унаслідок спочатку пандемії COVID-19, а потім широкомасштабної військової агресії Росії. Тому наразі є проблеми, які потребують невідкладного вирішення. Одна з головних – це подолання навчальних втрат, оскільки навчальні втрати можуть спричинити значний негативний вплив як на розвиток особистості, так і на добробут цілих суспільств у майбутньому. Зазначимо, що ми вживаємо поняття «навчальні втрати» як видове поняття до родового поняття «освітні втрати», маючи на увазі втрату знань, умінь, навичок та/або уповільнення чи переривання академічного прогресу через паузи в навчанні конкретного учня (Бичко, Терещенко, 2023, с.28).

Тож природно постає питання про доцільність існування завдань із параметрами у шкільному курсі математики в Україні. Відразу зазначимо, що мова не йде про шкільний курс математики, який вивчається на поглибленому рівні, на якому параметри по праву займають свою нішу.

Аналіз джерел та останніх досліджень. Перша властивість, яка завжди характеризує поняття «параметр» у переважній більшості досліджень – це складність (наприклад, Лейфура, 1996, с.4; Ilany &Hassidov, 2014, p.967; Godino at al., 2014; Valentina Postelnicu & Florin Postelnicu, 2015, p.458; Прус & Швець, 2019, с. 5). Параметри діють як мета-змінні та мають ієрархічно вищу позицію порівняно зі змінними в математиці (Drijvers, 2003). Параметри можна вважати загальними числами, але другого порядку, тобто необхідні при узагальненні загальних тверджень першого порядку. Під загальними твердженнями першого порядку розуміють твердження, які отримані з узагальнюючих тверджень, що містять лише числа. (Ursini & Trigueros, 2004, p.361). Відповідно, завдання, до яких входить параметр, наприклад, рівняння, нерівності, їх системи, теж є складними. Рівняння або функція з параметром означає сімейство рівнянь або функцій, де конкретні екземпляри можуть бути створені шляхом заміни параметра числами, тоді як інші літери все ще виконують роль невідомих або змінних. Більш формальне визначення: рівняння або функція з параметром — це функція (другого порядку), аргументом якої є параметр, а відповідними значеннями є рівняння або функції (з іншими літерами як невідомі або змінні) (Bloedy-Vinner, 2001, p.180).

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Отже, процес формування поняття параметра теж є непростим і потребує комплексу умов для його забезпечення:

1) мотивація в учнів навчатись розв'язувати завдання з параметрами; 2) мотивація вчителя навчати розв'язувати такі завдання;

3) компетентність учителя формувати поняття параметра;

4) певний рівень знань та вмінь учнів для сприйняття поняття параметра та подальшої роботи з завданнями з параметрами;

5) існування завдань із параметрами у діючих шкільних підручниках;

6) можливість виділити час для формування поняття параметра.

Другою ознакою поняття параметра є його безумовна важливість для розвитку учнів. А саме розвиток особистості учня є метою математичної освітньої галузі (Державний стандарт базової середньої освіти, 2020). У процесі розв'язування задач із параметрами до арсеналу прийомів та методів мислення школярів природно включаються аналіз, індукція та дедукція, узагальнення та конкретизація, класифікація та систематизація, аналогія (навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів, профільний рівень, 2018, с. 12). Задачі з параметрами є також засобом формування дослідницьких вмінь учнів (Карлащук, 2001, С.68). Зазначимо, що вміння досліджувати проблемні ситуації є серед вимог до обов'язкових результатів навчання учнів у математичній освітній галузі (Державний стандарт базової середньої освіти, 2020). Одне із важливих завдань математичної освітньої галузі, яке сформульовано в усіх діючих навчальних програмах основної та старшої школи - це залучення учнів до використання рівнянь і функцій як засобів математичного моделювання реальних процесів і явищ, розв'язування на цій основі прикладних задач. І з цим завданням теж може допомогти впоратись сформоване поняття параметра, тому що задачі з параметрами можна розглядати як моделі реальних ситуацій і прикладних процесів, а також як спосіб узагальнення математичних тверджень, понять, задач (Карлащук, 2001, С.70).

Ще однією особливістю задач із параметрами є їх діагностична та прогностична цінність. Ці задачі дозволяють перевірити рівень знань основних розділів шкільного курсу математики, рівень логічного мислення учнів, початкові навички дослідницької діяльності (Šedivý, 1976, p.121; навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів, профільний рівень, 2018, с. 12).

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. У науково-методичних роботах зазвичай порушується питання про труднощі процесу формування поняття параметра, надаються методичні рекомендації та пропонуються засоби, які полегшують цей процес. Учасниками більшості досліджень є учні старших класів, учні коледжів, майбутні учителі математики або діючі вчителі математики. Основний фокус нашого дослідження лежить у площині основної школи.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Мета статті – представити своє бачення можливості формування поняття параметра у шкільному курсі математики, починаючи з основної школи.

Виклад основного матеріалу. З'ясуємо, яке місце для завдань із параметрами вже відведено в начальних програмах та діючих підручниках, починаючи з циклу базового предметного навчання (з 7 класу, вік учнів 12-13 років). З цією метою, ми спочатку переглянули окремі модельні навчальні програми з алгебри для 7-9 класів Нової української школи (НУШ) та діючі навчальні програми з математики для старшої школи (вік 15-17 років) (табл.1).

Таблиця 1. Завдання з параметрами та навчальні програми.

№	Назва програми, рік	Автори	Про параметри
1	Модельна навчальна програма «Алгебра. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти, 2023	Бурда М. І. Тарасенкова Н.А.Васильєва Д. В.	Не знайшли згадок про параметри чи завдання з ними
2	Модельна навчальна програма «Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти, 2022	Мерзляк А. Г., Номіровський Д.А. Пихтар М. П., Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С.	Не знайшли згадок про параметри чи завдання з ними
3	Модельна навчальна програма «Алгебра. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти, 2023	Істер О. С.	Завдання з параметрами віднесені до додаткових тем: «Розв'язування лінійних рівнянь з параметрами», «Розв'язування раціональних рівнянь з параметрами», «Задачі на дослідження властивостей квадратного тричлена з параметрами», «Графічні прийоми розв'язування задач з параметрами»
4	Модельна навчальна програма «Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної	Біляніна О. Я., Білянін Г. І., Семчук А. Р., Ілащук О. Г., Мар'янчук О. Т., Рябий С. І.	Завдання з параметрами віднесені до додаткових тем: «Дослідження та розв'язування лінійних рівнянь із параметром», «Дослідження та розв'язування систем лінійних рівнянь із параметром», «Дослідження та розв'язування квадратних рівнянь із параметром», «Дослідження та розв'язування нерівностей із параметром», «Умови розміщення коренів

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

	середньої освіти, 2023		квадратного рівняння відносно заданих чисел», «Дослідження і розв'язування систем рівнянь із параметрами».
5	Навчальна програма з математики (рівень стандарту) для 10-11 класів загальноосвітніх шкіл, 2017	Не вказано	Не знайшли згадок про параметри чи завдання з ними
6	Навчальна програма з математики (профільний рівень) для 10-11 класів загальноосвітніх шкіл, 2018	Не вказано	В пояснювальній записці до програми зазначено, що в програмі приділено розв'язуванню задач з параметрам значне місце. Найпростіші рівняння з параметрами (Тема 1. Функції, многочлени, рівняння і нерівності, 10 клас). Ірраціональні рівняння, нерівності з параметрами (Тема 2. Степенева функція, 10 клас). Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами (Тема 4. Тригонометричні рівняння і нерівності, 10 клас). Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи з параметрами (Тема 1. Показникова та логарифмічна функції, 11 клас).

Таким чином, у старшій школі лише у програмі з математики профільного рівня завдання з параметрами є обов'язковими до вивчення. В основній школі у двох із чотирьох існуючих модельних навчальних програм із алгебри про такі завдання заявлено, однак вирішення питання про доцільність навчання їх розв'язувати віднесено на розсуд вчителя.

На основі створених модельних навчальних програм, які запроваджуються поетапно з 2022 року, вже були написані та введені у навчальний процес підручники для 7 класу. Ми дослідили дев'ять таких підручників різних авторських колективів на предмет того, чи згадується у них про параметри, чи є вправи з параметрами. При чому, в кожному з підручників ми аналізували лише одну тему. Ми обрали тему «Лінійні рівняння», де параметри, на нашу думку, могли цілком природно з'явитись у шкільному курсі математики.

У переважній більшості підручників в означенні лінійного рівняння букви a, b найчастіше трактуються лише як «деякі числа», наприклад (рис.1), або «деякі відомі числа» (Кравчук, Підручна & Янченко, 2023,С.156), «довільні числа» (Мальований, Литвиненко & 2024, С.147).

Означення. **Рівняння виду $ax = b$, де x — змінна, a і b — деякі числа, називають лінійним рівнянням з однією змінною.**

Рис.1 (Мерзляк & Якір, 2024, С. 14)

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

В окремих підручниках (Бевз та ін., 2023, с.162; Біляніна та ін., 2024, с.8; Істер, 2024, С.19; Прокопенко, Захарійченко & Пекарська, 2024, с.174), після означення лінійного рівняння з однією змінною, додатково зазначається, що числа a, b мають ще одну назву – коефіцієнти рівняння, а одна з букв ще може називатись вільним членом, наприклад, рис. 2.

Числа a і b — **коефіцієнти рівняння**. Коефіцієнт b має ще іншу назву — вільний член.

Рис. 2 (Прокопенко, Захарійченко & Пекарська, 2024, С.174).

Зрозуміло, що a, b в лінійному рівнянні – це не просто деякі числа, а параметри, оскільки що вони продукують ціле сімейство лінійних рівнянь. В одному з підручників (Школьний та ін., 2024, с.130) автори вказують на це, коли називають a, b і числами, і синонімічно вживають також термін «параметр» (рис. 2).

Рівняння виду $ax+b=0$, де x — змінна, а a і b — числа, називають найпростішими лінійними рівняннями. Залежно від значень параметрів a і b це рівняння може мати один корінь, безліч коренів або не мати їх зовсім.

Рис. 3 (Школьний та ін., 2024, с.130)

Особливу увагу ми звернули на єдиний підручник, в якому спеціально для ознайомлення із таким поняттям як параметр відведено місце у рубриці «Дізнайтеся більше», де також наведені розв'язання декількох завдань із параметрами (рис. 4).

Дізнайтеся більше

Будь-яке рівняння, записане в загальному вигляді, можна вважати *рівнянням з параметрами* (одним чи кількома). Наприклад, у рівнянні $ax + b = 0$ коефіцієнти a і b є параметрами. Якщо $a = 0$, або $a \neq 0$, або $a = b = 0$, то вважають, що дане рівняння *змінюється якісно*, бо змінюється кількість його коренів. Такі значення параметрів називають *контрольними* (КЗП). За їх наявності розв'язування рівняння з параметрами розбивають на кілька випадків залежно від контрольних значень параметрів. У цьому полягає суть *методу розгалуження* в розв'язуванні рівнянь з параметрами. Розглянемо приклади.

Задача 3 Розв'яжіть рівняння з параметром a: $ax = 10$.

Розв'язання

Параметр: a,
КЗП: $a = 0$,
Нехай $a = 0$, тоді: $0 \cdot x = 10$ — коренів немає,
Нехай $a \neq 0$, тоді: $x = \frac{10}{a}$ — корінь рівняння.

Відповідь: якщо $a = 0$, то коренів немає, якщо $a \neq 0$, то $x = \frac{10}{a}$.

Задача 4 За яких значень параметра a рівняння $(a - 2)y = a^2 - 4$ має безліч коренів?

Розв'язання Дане рівняння має безліч коренів, якщо одночасно $a - 2 = 0$ і $a^2 - 4 = 0$. Звідси $a = 2$.
Відповідь: $a = 2$.

Рис. 4 (Тарасенкова та ін., 2004, с.200)

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Слід зазначити, що ще у трьох підручниках, серед зразків розв'язань лінійних рівнянь, які подаються у відповідному параграфі про лінійні рівняння, теж є приклади розв'язань завдань із параметрами. Однак шановні автори не пояснюють учням роль букви, відмінної від букви, яка позначає невідоме у рівнянні, та жодним чином не повідомляють учням, що це за вид завдання (рис. 5, 6, 7).

ПРИКЛАД 2 Розв'яжіть рівняння:

1) $(a-1)x=2$; 2) $(a+9)x=a+9$.

Розв'язання. 1) При $a=1$ рівняння набуває вигляду $0x=2$. У цьому випадку коренів немає. При $a\neq 1$ отримуємо: $x=\frac{2}{a-1}$.

Відповідь: якщо $a=1$, то рівняння не має коренів; якщо $a\neq 1$, то $x=\frac{2}{a-1}$.

2) При $a=-9$ рівняння набуває вигляду $0x=0$. У цьому випадку коренем рівняння є будь-яке число. При $a\neq -9$ отримуємо: $x=1$.

Відповідь: якщо $a=-9$, то x — будь-яке число; якщо $a\neq -9$, то $x=1$. ◀

Рис. 5 (Мерзляк & Якір, 2024, С.16)

Приклад 4. Розв'язати рівняння $5(x+p)=3x-7p$, x – змінна.

Розв'язання. Розкриємо дужки в лівій частині рівняння:

$$5x+5p=3x-7p.$$

Перенесемо доданок $3x$ у ліву частину, а $5p$ – у праву.

Матимемо: $5x-3x=-7p-5p$, тобто $2x=-12p$.

Тоді $x=(-12p):2$, тобто $x=(-12:2)p$, отже, $x=-6p$.

Відповідь: $-6p$.

Рис. 6 (Істер, 2024, С.22)

3. Розв'яжи рівняння $(a-5)x=8$.

Розв'язання. Щоб знайти невідомий множник, потрібно добуток поділити на відомий множник, тобто 8 поділити на $a-5$. Але якщо $a-5=0$, то ділення виконати неможливо. Тому потрібно розглянути декілька випадків.

1. Якщо $a-5=0$, тобто $a=5$, то рівняння набуває вигляду $0x=8$. Отже, якщо $a=5$, то рівняння коренів не має.

2. Якщо $a\neq 5$, то рівняння має один корінь $x=\frac{8}{a-5}$.

Відповідь. Якщо $a=5$, то рівняння коренів не має;

якщо $a\neq 5$, то $x=\frac{8}{a-5}$.

Рис. 7 (Бевз та ін., 2023, С.164)

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Серед завдань, які пропонуються учням для розв'язування до теми «Лінійні рівняння з однією змінною» в шести підручниках завдання із параметрами водночас начебто є і ніби немає, оскільки у текстах завдань не написано, що це рівняння з параметрами, наприклад (рис. 8). Причому, на нашу думку, поняття «кластер» (рис. 9) теж непросте, однак воно все ж використовується у формулюванні завдання, а поняття «параметр» - ні.

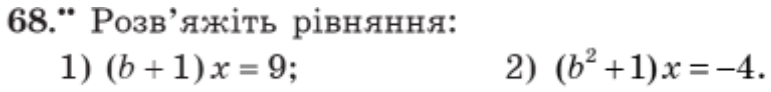

68.** Розв'яжіть рівняння:
1) $(b+1)x=9$; 2) $(b^2+1)x=-4$.

Рис. 8 (Мерзляк & Якір, 2024, С.21)

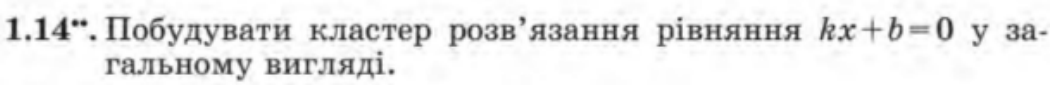

1.14**. Побудувати кластер розв'язання рівняння $kx+b=0$ у загальному вигляді.

Рис. 9 (Біляніна та ін., 2024, С.10)

Будемо називати такі завдання як завдання із «прихованими параметрами». Зазначимо, що всі завдання з «прихованими параметрами» віднесені, цілком зрозуміло, до завдань високого рівня. Таких завдань знайшлося у діючих підручниках цілком достатньо для того, щоб учитель, за сприятливих обставин, міг розпочати роботу із розв'язування лінійних рівнянь із параметрами:

№882-888 (Бевз та ін., 2023, С.168) – 7 номерів;

№1.15, 1.46 (Біляніна та ін., 2024, С.10, 18) – 2 номери;

№820, 821, 823, 873, 874, є серед завдань для самоперевірки (Кравчук, Підручна & Янченко, 2024, с.161, 170, 173) - 10 номерів (!);

№134, 135, 140-147 (Істер, 2024, с.26) – 10 номерів (!);

№57-59, 61-69, 74-77 (Мерзляк & Якір, 2024, С.20-21) – 16 номерів (!);

№ 16.11, 16.13 (Прокопенко, Захарійченко & Пекарська, 2024, С.182-183) – 2 номери.

Цілком закономірно, що лише в підручнику авторів Тарасенкова та ін., у якому повідомили учням про лінійні рівняння з параметрами, вимога до завдань із параметрами формулюється прямо, наприклад, рис. 10.

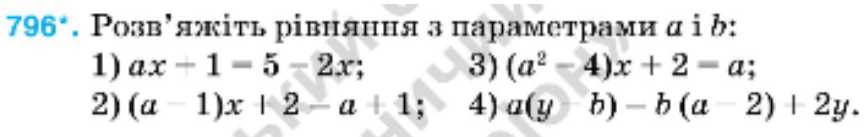

796*. Розв'яжіть рівняння з параметрами a і b:
1) $ax+1=5-2x$; 3) $(a^2-4)x+2=a$;
2) $(a-1)x+2=a+1$; 4) $a(y-b)=b(a-2)+2y$.

Рис. 10 (Тарасенкова та ін., 2024, С. 204)

Нам імпонує підхід, коли поняття параметра не тримають у тіні, не завуальовують. І для цього непотрібно міняти модельну навчальну програму, це не вимагає кардинальних змін у

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

діючих підручниках, просто потрібно назвати параметр параметром. Таким чином, ми показуємо учням, що такі завдання включені у систему завдань шкільного курсу математики, даємо можливість учням з ними ознайомитись, спробувати розв'язати, пропонуємо вчителю вирішувати, чи є умови для формування поняття параметра у кожній конкретній ситуації (наприклад, у конкретному класі).

Думаємо, що параметри могли б явно з'явитись у 7 класі, крім теми «Лінійні рівняння з однією змінною», також у темах «Лінійне рівняння з двома змінними», «Система двох лінійних рівнянь з двома змінними», «Лінійна функція, її графік та властивості»; у 8 класі це могло бути у темах «Квадратні рівняння», «Функція $y = \frac{k}{x}$ та її властивості»; у 9 класі це могло б бути у темах «Лінійні нерівності з однією змінною», «Системи лінійних нерівностей з однією змінною», «Розв'язування квадратних нерівностей», «Системи рівнянь із двома змінними», «Квадратична функція, її властивості та графік». Підручники з алгебри для 8, 9 класів НУШ ще у роботі. Так, наприклад, для 8 класу вони будуть введені у навчальний процес лише у наступному навчальному році. Можливо, шановні автори підручників розглянуть можливість внесення незначних змін у формулювання відповідних завдань?

Ймовірно, це могло б позитивно вплинути на математичну компетентність учнів із високим рівнем навчальних досягнень (та не лише їх), які у старшій школі будуть цілеспрямовано готуватись до розв'язування відповідних завдань державної атестації. Пояснимо свою думку на прикладі розв'язування одного із завдань, яке пропонувалось випускникам на зовнішньому незалежному оцінюванні (ЗНО) на основній сесії ще в 2016 році: розв'яжіть рівняння $\frac{\sqrt{x^2+(4a-4)x+4a^2}-2\sqrt{2a}}{5\cdot 5^{2x}-5^{a+x}-5^{a-1}+5^x} = 0$ залежно від значень параметра a. Його складність (P-value) 1,39. Зазначимо, що P-value визначається як відношення (у відсотках) кількості балів, набраних усіма учасниками за виконання цього завдання, до максимальної кількості балів, яку вони могли б отримати за його виконання. Якщо цей показник менший за 20%, то завдання відноситься до дуже складних. Розв'язали це завдання правильно лише 0,11% старшокласників, а 94,25% отримали за нього 0 балів. Що потрібно було знати учням, щоб його розв'язати? Які вміння потрібні учню? Коли для цього міг (може) бути час? Пройдемо етапами одного із способів його розв'язування та будемо зазначати поряд можливі відповіді на поставлені вище запитання.

Розв'яжіть рівняння $\frac{\sqrt{x^2+(4a-4)x+4a^2}-2\sqrt{2a}}{5\cdot 5^{2x}-5^{a+x}-5^{a-1}+5^x} = 0$ залежно від значень параметра a.

Розв'язання.

1. Складемо систему, яка визначає область визначення заданого рівняння:

$$\begin{cases} x^2+(4a-4)x+4a^2 \geq 0, \\ 2a \geq 0, \\ 5\cdot 5^{2x}-5^{a+x}-5^{a-1}+5^x \neq 0 \end{cases} (*).$$

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

1.1) знати, що таке область визначення (область допустимих значень рівняння) – основна школа;

1.2) знати, що знаменник дробу не дорівнює нулю – основна школа;

1.3) знати, що вираз під квадратним коренем невід'ємний – основна школа .

1.4) вміти записувати за допомогою математичних символів визначені вище умови, вміти розрізняти невідому величину та параметр – основна школа, старша школа.

2. Перейдемо на визначеній вище області визначення до такого рівняння:

$\sqrt{x^2+(4a-4)x+4a^2}-2\sqrt{2a}=0;$

$\sqrt{x^2+(4a-4)x+4a^2}=2\sqrt{2a};$

$x^2+(4a-4)x+4a^2=8a;$

2.1) знати умову рівності дробу нулю – основна школа;

2.2) знати, що таке рівносильні переходи – основна школа, старша школа;

2.3) знати спосіб розв'язувати ірраціональних рівнянь, ліва та права частини яких невід'ємні – старша школа;

$x^2+(4a-4)x+4a^2-8a=0;$

$A=1;\ B=4a-4, C=4a^2-8a,$

$\mathrm{D}=(4\mathrm{a}-1)^2-4\cdot 1\cdot(4a^2-8a)=16,$

$x_{1,2}=\frac{-(4\mathrm{a}-4)\pm\sqrt{16}}{2\cdot 1},$

$x_1=-2\mathrm{a}, x_2=-2\mathrm{a}+4$

2.4) вміти розв'язувати квадратне рівняння з параметром (виписати коефіцієнти квадратного рівняння; обчислити дискримінант; зробити висновок про кількість коренів квадратного рівняння; знайти корені квадратного рівняння) – основна школа, 8 клас (!);

3. Перевірити, при яких значеннях параметра корені належать області визначення рівняння.

Підставимо $x_1=-2\mathrm{a}$ в систему (*):

$$\begin{cases}(-2a)^2+(4a-4)\cdot(-2a)+4a^2\geq 0,\\ 2a\geq 0,\\ 5\cdot 5^{2\cdot(-2a)}-5^{a+2a}-5^{a-1}+5^{-2a}\neq 0\end{cases}, \text{ звідки } a\in\left[0;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$$

Підставимо $x_2=-2\mathrm{a}+4$ в систему (*):

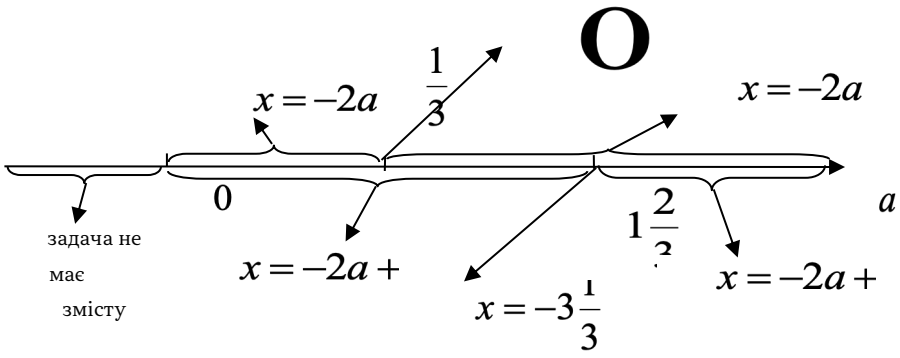
$$\begin{cases}(-2a+4)^2+(4a-4)\cdot(-2a+4)+4a^2\geq 0,\\ 2a\geq 0,\\ 5\cdot 5^{2\cdot(-2a+4)}-5^{a-(-2a+4)}-5^{a-1}+5^{-2a+4}\neq 0\end{cases}, \text{ звідки } a\in\left[0;1\frac{2}{3}\right)\cup\left(1\frac{2}{3};+\infty\right)$$

3.1) вміти знайти значення параметра, при яких знайдені корені задовольняють область визначення – основна школа;

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

3.2) знати як знайти значення параметра, при яких корені квадратного рівняння є коренями заданого рівняння, яке звелось до квадратного (через розв'язування системи, яка визначає область визначення або підставити вже знайдені корені у вже сформовану систему) – основна школа, старша школа.

4. Позначимо знайдені корені на прямій параметра та запишемо відповідь.



Відповідь. Якщо $a \in (-\infty; 0)$, то рівняння не має змісту; якщо $a \in \left[0; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\frac{2}{3}\right) \cup \left(1\frac{2}{3}; +\infty\right)$, то $x = -2a$, $x = 4 - 2a$; якщо $a = 1\frac{2}{3}$, то $x = -3\frac{1}{3}$; якщо $a = \frac{1}{3}$, то $x = 3\frac{1}{3}$

Як бачимо, певна частина потрібних умінь та навичок могла бути сформована в основній школі.

Висновки. Ми запрошуємо до дискусії стосовно питання, яке ми сформулювали як тему нашої статті. На наше особисте переконання, параметрам є місце у шкільному курсі математики вже починаючи з основної школи.

На цей момент, незважаючи на всі зовнішні обставини, триває освітній процес, створюються підручники з математики гарної якості, які збагачуються новими ідеями, як наприклад, ідеями математичного моделювання. Сприймаючи нове, варто також зберігати традиції нашої математичної системи освіти, яка має багато корисного для розвитку особистості. А розвиток завжди можливий лише через подолання труднощів, якої б завгодно сфери нашого життя та діяльності це не стосувалось.

Список використаних джерел

Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д. В., Владімірова Н. Г. Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта». https://pidruchnyk.com.ua/2887-algebra-bevz-7-klas-2024.html

Бичко Ганна, Терещенко Василь (2023). Навчальні втрати: сутність, причини та наслідки подолання, Київ. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2023/04/Learning-losses_Ukraine.pdf

Біляніна О. А., Білянін Г. І., Семчук А. Р., Ілащук О. Г., Мар'янчук О. Т., Рябий С. І. (2024). Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: Літера ЛТД. https://shkola.in.ua/3087-alhebra-7-klas-bilianina.html

Державний стандарт базової середньої освіти. Постанова Кабінету Міністрів України № 898 (2020) (Україна). https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrainska-shkola-2/derzhavniy-standart-bazovoi-serednoi-osviti

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Істер О. С. (2024). Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: «Генеза». https://pidruchnyk.com.ua/2889-algebra-ister-7-klas-2024.html

Карлащук А. Ю. (2001). Формирование исследовательских умений школьников в процессе решения математических задач с параметрами. [Неопубл. дис. канд. пед. наук], Донецьк.

Кравчук В. Р., Підручна М. В., Янченко Г. М. (2024). Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти. Тернопіль: Підручники та посібники». https://pidruchnyk.com.ua/2890-algebra-kravchuk-7-klas-2024.html

Лейфура В. М. (1996) Про задачі з параметрами. У світі математики. №1. С.31-41.

Мальований Ю. І., Литвиненко Г. М., Возняк Г. М (2023). Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти. Тернопіль: Навчальна книга. https://znayshov.com/Books/Details/alhebra/7klas/algebra_7_malovaniy_2024/1992

Мерзляк А. Г., Якір М. С. (2024). Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія. https://shkola.in.ua/593-alhebra-7-klas-merzliak.html

Модельна навчальна програма «Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Біляніна О. Я., Білянін Г. І., Семчук А. Р., Ілащук О. Г., Мар'янчук О. Т., Рябий С. І.) (2023). https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/29.12.2023/Alhebra.7-9.klas.Bilyanina.ta.in.29.12.2023.pdf

Модельна навчальна програма «Алгебра. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори: Бурда М.І., Тарасенкова Н.А., Васильєва Д.В.) (2023) https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/Alhebra.7-9.kl.Burda.ta.in.26.07.2023.pdf

Модельна навчальна програма «Алгебра. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О. С.). (2023) https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/Alhebra.7-9.klas.Ister.26.07.2023.pdf

Модельна навчальна програма «Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Пихтар М. П., Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С.) (2022) https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/Alhebra.7-9.klas.Merzlyak.30.08.2023.pdf

Навчальна програма з математики для 10-11 класів загальноосвітніх шкіл. Рівень стандарту. (2017). https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika.-riven-standartu.docx

Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. (2018). https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-profilnij-rivenfinal.docx

Прокопенко Н., Захарійченко Ю., Пекарська Л. (2024). Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ-Харків: «Ранок». https://pidruchnyk.com.ua/2894-algebra-prokopenko-7-klas-2024.html

Тарасенкова Н.А., Акуленко І.А., Данько О.А., Коломієць О. М., Богатирьова І. М., Сердюк З. О. (2024). Алгебра: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: УОВЦ «Оріон». https://pidruchnyk.com.ua/2893-algebra-tarasenkova-7-klas-2024.html

Прус А.В., Швець В.О. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики. Видання третє, доповнене. Начально-методичний посібник. – Житомир: Вид-во ПП «Рута», 2019, 544 с.

Школьний О., Нелін Є, Миляник А., Простакова Ю. (2024). Математика: підруч. інтегрованого курсу для 7 кл. закладів загальної середньої освіти (Частина 1). Київ-Харків: «Ранок». https://pidruchnyk.com.ua/2877-matematyka-shkolnyi-7-klas-2024.html

Bloedy-Vinner, H. (2001). Beyond unknown and variables – Parameters and dummy variables in high school algebra, in Sutherland, R., Rojano, T., Bell, A. and Lins, R. (Eds.) Perspectives on school algebra. Kluwer Academic Publishers, pp 177-189.

Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké, L., Etchegaray, S. & Lasa, A. (2014). Levels of algebraic reasoning in primary and secondary education. CERME 9, TWG 4.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Drijvers, P. (2003). Learning Algebra in a Computer Algebra Environment: Design Research on the Understanding of the Concept of Parameter. Ph.D. Dissertation, University of Utrecht, Utrecht, The Netherlands. Retrieved from https://dspace.library.uu.nl/bitstream/handle/1874/886/full.pdf

Ilany, B.-S., & Hassidov, D. (2014). Solving Equations with Parameters. Creative Education, 5, 963- 968. http://dx.doi.org/10.4236/ce.2014.511110

Postelnicu Valentina, Postelnicu Florin (2015). College students' understanding of parameters in algebra. CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Charles University in Prague, Faculty of Education; 453-459.

Šedivý, J. (1976). A note on the role of parameters in mathematics teaching. Educational Studies in Mathematics, 7, 121–126.

Ursini, S., & Trigueros, M. (2004). How Do High School Students Interpret Parameters in Algebra? In Hoines, M. J., & Fuglestad, A. B. (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, Bergen, Norway, 361-368. http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR039_Ursini.pdf.

References

Bevz H.P., Bevz V.H., Vasylieva D.V., Vladimirova N.H. Alhebra: pidruch. dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. [Algebra: textbook for 7 grades of institutions of general secondary education]. Kyiv: Vydavnychyi dim «Osvita». https://pidruchnyk.com.ua/2887-algebra-bevz-7-klas-2024.html [in Ukrainian].

Bychko Hanna, Tereshchenko Vasyl (2023). Navchalni vtraty: sutnist, prychyny ta naslidky podolannia. [Learning loss: the essence, causes and consequences of overcoming]. Kyiv. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2023/04/Learning-losses_Ukraine.pdf [in Ukrainian].

Bilianina O.A., Bilianin H.I., Semchuk A.R., Ilashchuk O.H., Marianchuk O.T., Riabyi S.I. (2024). Alhebra: pidruch. dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. [Algebra: textbook for 7 grades of institutions of general secondary education]. Kyiv: Litera LTD. https://shkola.in.ua/3087-alhebra-7-klas-bilianina.html [in Ukrainian].

Cabinet of Ministers of Ukraine. (2020). State standard of basic secondary education. https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrainska-shkola-2/derzhavniy-standart-bazovoi-serednoi-osviti [in Ukrainian].

Ister O.S. (2024). Alhebra: pidruch. dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. [Algebra: textbook for 7 grades of institutions of general secondary education]. Kyiv: «Heneza». https://pidruchnyk.com.ua/2889-algebra-ister-7-klas-2024.html [in Ukrainian].

Karlashchuk A.Iu. (2001). Formyrovanye yssledovatelskykh umenyi shkolnykov v protsesse reshenyia matematycheskykh zadach s parametramy. [Formation of students' research minds in the process of solving mathematical problems with parameters]. [Neopubl. dys. kand. ped. nauk], Donetsk.

Kravchuk V. R., Pidruchna M. V., Yanchenko H. M. (2024). Alhebra: pidruch. dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. [Algebra: textbook for 7 classes of institutions of general secondary education]. Ternopil: Pidruchnyky ta posibnyky». https://pidruchnyk.com.ua/2890-algebra-kravchuk-7-klas-2024.html [in Ukrainian].

Leifura V.M. (1996) Pro zadachi z parametramy. [On problems with parameters]. U sviti matematyky. [In the world of mathematics]. №1. S.31-41.

Malovanyi Yu.I., Lytvynenko H.M., Vozniak H.M (2023). Alhebra: pidruch. dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. [Algebra: textbook for 7 classes of institutions of general secondary education]. Ternopil: Navchalna knyha - . https://znayshov.com/Books/Details/alhebra/7klas/algebra_7_malovaniy_2024/1992 [in Ukrainian].

Merzliak A.H., Yakir M.S. (2024). Alhebra: pidruch. dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. [Algebra: textbook for 7 classes of institutions of general secondary education]. Kharkiv: Himnaziia. https://shkola.in.ua/593-alhebra-7-klas-merzliak.html [in Ukrainian].

Modelna navchalna prohrama «Alhebra. 7–9 klasy» dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity (avt. Bilianina O. Ya., Bilianin H. I., Semchuk A. R., Ilashchuk O. H., Marianchuk O. T., Riabyi S. I.) (2023). https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/29.12.2023/Alhebra.7-9.klas.Bilyanina.ta.in.29.12.2023.pdf [in Ukrainian].

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Modelna navchalna prohrama «Alhebra. 7-9 klasy» dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity (avtory: Burda M.I., Tarasenkova N.A., Vasylieva D.V.) (2023) https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/Alhebra.7-9.kl.Burda.ta.in.26.07.2023.pdf [in Ukrainian].

Modelna navchalna prohrama «Alhebra. 7-9 klasy» dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity (avtor Ister O. S.). (2023) https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/Alhebra.7-9.klas.Ister.26.07.2023.pdf [in Ukrainian].

Modelna navchalna prohrama «Alhebra. 7–9 klasy» dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity (avtory Merzliak A. H., Nomirovskyi D. A., Pykhtar M. P., Rublov B. V., Semenov V. V., Yakir M. S.) (2022) https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/Alhebra.7-9.klas.Merzlyak.30.08.2023.pdf [in Ukrainian].

Navchalna prohrama z matematyky dlia 10-11 klasiv zahalnoosvitnikh shkil. Riven standartu. (2017). [Mathematics curriculum for grades 10-11 of secondary schools. Standard level]. https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika.-riven-standartu.docx [in Ukrainian].

Navchalna prohrama z matematyky dlia uchniv 10-11 klasiv zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv. Profilnyi riven. (2018). [The curriculum in mathematics for students of grades 10-11 of secondary schools. Profile level]. https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-profilnij-rivenfinal.docx [in Ukrainian].

Prokopenko N., Zakhariichenko Yu., Pekarska L. (2024). Alhebra: pidruch. dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. Kyiv-Kharkiv: «Ranok». https://pidruchnyk.com.ua/2894-algebra-prokopenko-7-klas-2024.html [in Ukrainian].

Tarasenkova N.A., Akulenko I.A., Danko O.A., Kolomiiets O. M., Bohatyrova I. M., Serdiuk Z. O. (2024). Alhebra: pidruch. dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. Kyiv: UOVTs «Orion». https://pidruchnyk.com.ua/2893-algebra-tarasenkova-7-klas-2024.html [in Ukrainian].

Prus A.V., Shvets V.O. Zadachi z parametramy v shkilnomu kursi matematyky. Vydannia tretie, dopovnene. Nachalno-metodychnyi posibnyk. [Problems with parameters in the school course of mathematics. Third edition, supplemented. Beginner's manual]. – Zhytomyr: Vyd-vo PP «Ruta», 2019, 544 s. [in Ukrainian].

Shkolnyi O., Nelin Ye, Mylianyk A., Prostakova Yu. (2024). Matematyka: pidruch. intehrovanoho kursu dlia 7 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity (Chastyna 1). Kyiv-Kharkiv: «Ranok». https://pidruchnyk.com.ua/2877-matematyka-shkolnyi-7-klas-2024.html [in Ukrainian].

Bloedy-Vinner, H. (2001). Beyond unknown and variables – Parameters and dummy variables in high school algebra, in Sutherland, R., Rojano, T., Bell, A. and Lins, R. (Eds.) Perspectives on school algebra. Kluwer Academic Publishers, pp 177-189.

Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké, L., Etchegaray, S. & Lasa, A. (2014). Levels of algebraic reasoning in primary and secondary education. CERME 9, TWG 4.

Drijvers, P. (2003). Learning Algebra in a Computer Algebra Environment: Design Research on the Understanding of the Concept of Parameter. Ph.D. Dissertation, University of Utrecht, Utrecht, The Netherlands. Retrieved from https://dspace.library.uu.nl/bitstream/handle/1874/886/full.pdf

Ilany, B.-S., & Hassidov, D. (2014). Solving Equations with Parameters. Creative Education, 5, 963- 968. http://dx.doi.org/10.4236/ce.2014.511110

Postelnicu Valentina, Postelnicu Florin (2015). College students' understanding of parameters in algebra. CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Charles University in Prague, Faculty of Education; 453-459.

Šedivý, J. (1976). A note on the role of parameters in mathematics teaching. Educational Studies in Mathematics, 7, 121–126.

Ursini, S., & Trigueros, M. (2004). How Do High School Students Interpret Parameters in Algebra? In Hoines, M. J., & Fuglestad, A. B. (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, Bergen, Norway, 361-368. http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR039_Ursini.pdf.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК: 373.5.015.3:51
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-44-55

Математична тривожність учнів: причини, наслідки та шляхи подолання

Любов Михайленко[1], Каріна Комарова[2], Надія Таранюк[3]

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.
[1] E-mail: mikhailenkolf@gmail.com ORCID ID: 0000-0001-5051-5561
[2,3] E-mail: karinakomarova2351@gmail.com; nadiykataranyk@gmail.com

Анотація

У цій статті ми пояснюємо важливість та необхідність подолання математичної тривожності учнів; виявили основні причини виникнення та вплив математичної тривожності на успішність учнів з математики. Математична тривожність учнів не є вродженою, може проявлятися на емоційному, когнітивному та фізіологічному рівнях і призводить до таких результатів, як зниження: мотивації до навчання; швидкості читання; успішності; обсягу робочої пам'яті під час виконання математичних завдань, що призводить до забування математичного змісту і помилок в обчисленнях. Також наявність ознак математичної тривожності впливає на вибір професії учнем, зокрема, уникнення професій у галузі науки, технології та інженерії. Метою роботи є аналіз, узагальнення та систематизація теоретичних досліджень щодо математичної тривожності та описаного досвіду подолання математичної тривожності учнів. В рамках нашого дослідження було опитано 457 учнів з Київської, Вінницької та Івано-Франківської областей, серед яких більше третини учнів мають ознаки тестової тривожності. На основі досліджень української науково-педагогічної спільноти ми створили Практичний набір інструментів для вчителя математики «Успішні уроки без стресу». Проектуючи свій урок, вчитель математики для кожного етапу уроку, залежно від визначених завдань, може швидко підібрати методи та прийоми, що можуть допомогти подолати ознаки математичної тривожності в учнів. Для подолання математичної тривожності і як наслідок для підвищення успішності учнів з математики, важливо: сприяти розвитку в учнів позитивного ставлення до математики, підтримувати в них відчуття впевненості; практикувати інтерактивні методи навчання для збудження інтересу та зняття тривожності, для співпраці та комунікації; впроваджувати диференційоване та особистісно зорієнтоване навчання через відбір завдань, прийомів що відповідають індивідуальним потребам учнів.

Ключові слова: математична тривожність; навчання учнів математики; успішність учнів.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC: 373.5.015.3:51
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-44-55

Mathematical anxiety in students: causes, consequences, and ways to overcome it

Lyubov Mykhailenko[1], Karina Komarova[2], Nadiya Taranyuk[3]

Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.
[1] E-mail: mikhailenkolf@gmail.com ORCID ID: 0000-0001-5051-5561
[2,3] E-mail: karinakomarova2351@gmail.com; nadiykataranyk@gmail.com

Abstract

This article explains the importance and necessity of overcoming students' mathematical anxiety, identifying its main causes, and analyzing its impact on students' mathematical performance. Mathematical anxiety in students is not innate; it can manifest on emotional, cognitive, and physiological levels, leading to decreased motivation to learn, reduced reading speed, lower academic performance, and diminished working memory capacity during mathematical tasks, which can result in forgetting mathematical content and making calculation errors. Additionally, the presence of mathematical anxiety symptoms influences students' career choices, leading them to avoid professions in science, technology, and engineering fields. The aim of this study is to analyze, summarize, and systematize theoretical research on mathematical anxiety and describe experiences in overcoming it. Our research involved surveying 457 students from Kyiv, Vinnytsia, and Ivano-Frankivsk regions, revealing that more than one-third of the students exhibit signs of test anxiety. Based on research from the Ukrainian scientific and pedagogical community, we have developed a practical toolkit for mathematics teachers titled "Successful Lessons Without Stress." When designing their lessons, mathematics teachers can quickly select methods and techniques for each stage of the lesson, depending on the identified tasks, that can help mitigate signs of mathematical anxiety in students. To overcome mathematical anxiety and consequently improve students' mathematical performance, it is important to foster positive attitudes towards mathematics, support students' confidence, practice interactive teaching methods to stimulate interest and reduce anxiety, encourage collaboration and communication, and implement differentiated and student-centered learning by selecting tasks and techniques that meet individual student needs.

Keywords: mathematical anxiety; students' mathematics learning; academic performance.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Постановка проблеми. Математична тривожність є поширеним явищем серед учнів різного віку та рівня підготовки. Математичну тривожність визначають як почуття напруження, тривоги або страху, яке виникає в результаті зіткнення з математичними задачами чи ситуаціями, пов'язаними з вивченням або застосуванням математики. Такий емоційний стан, не тільки погіршує здатність учня до сприйняття математичної інформації, але й може значно знизити його мотивацію до навчання, впливаючи на академічні досягнення та самооцінку. Освітні дослідження свідчать про те, що математична тривожність учнів не є вродженою. Тому питання подолання математичної тривожності учнів вимагає уваги як педагогів, так і дослідників, для переосмислення акцентів у навчанні учнів математики, для формування системи методів, прийомів і засобів, що можуть впливати на подолання математичної тривожності школярів.

Аналіз джерел та останніх досліджень. У сучасних дослідженнях, вітчизняні та закордонні науковці описують та визначають феномен «математична тривожність» (Kohn et al., 2013; Finlayson, 2014; Suárez-Pellicioni et al., 2016; Luttenberger et al., 2018; Лукомська, 2019;), досліджують зв'язок між математичною тривогою та математичними досягненнями учнів (Sperling et al., 2017), розробляють інструменти для вимірювання рівня математичної тривожності (Chiu & Henry, 1990; Hopko et al., 2003; Kohn et al., 2013; Полінскі & Кучінка, 2023), з'ясовують фактори, що можуть спричинити математичну тривожність в учнів (Luttenberger et al., 2018; Suárez-Pellicioni et al., 2016), вивчають характеристики учнів, схильних до математичної тривоги, а також розробляють рекомендації для вчителів як подолати математичну тривожність учнів (Finlayson, 2014; Luttenberger et al., 2018; Hogbin, 2021; Таблер, 2022).

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Психологічне здоров'я є основою для нормального функціювання та розкриття потенціалу будь-якої людини. Зрозуміло, що війна має значний негативний вплив на емоційний стан школярів. У звіті PISA-22 доводиться, що психологічний і соціальний добробут учнів є надзвичайно важливим чинником, що впливає, зокрема, і на їхню академічну успішність. Проте, у національному звіті за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2022, важко прослідкувати взаємозв'язок між математичною тривогою та успішністю в школі. Завданням нашого дослідження стало вивчення питання наявності математичної тривожності в українських учнів та виокремлення технологій попередження та подолання математичної тривожності у школярів.

Метою статті є аналіз, узагальнення та систематизація теоретичних досліджень щодо математичної тривожності та описаного досвіду подолання математичної тривожності учнів.

Виклад основного матеріалу. На основі ґрунтовного аналізу досліджень вітчизняних та закордонних науковців у галузі методики навчання математики, інформацію про математичну тривожність можна представити у вигляді систематизуючої таблиці (табл.1).

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Таблиця 1. Математична тривожність учнів *(розроблено авторами)*

Форми академічної тривожності	***Типи математичних завдань***
математична тривожність	занепокоєння, що виникає під час виконання: математичних операцій і маніпулювання з математичними об'єктами; домашнього завдання з математики; математичних завдань в повсякденному житті
тестова тривожність	занепокоєння, що виникає під час виконання: контрольних робіт; екзаменаційних робіт

Ознаки математичної тривожності	***Причини математичної тривожності***	***Наслідки математичної тривожності***
Емоційні: почуття страху, напруги, нервозності та занепокоєння	Особистісні характеристики: самоефективність, самооцінка, мотивація, навички регулювання, гендер, вік; відсутність впевненості в собі; страх невдачі	Зниження мотивації до навчання; зниження швидкості читання; учні з високим рівнем математичної тривожності вважають себе менш здібними до математики та очікують поганих результатів на іспитах.
Когнітивні: порушення функціонування робочої пам'яті	Когнітивні особливості: математичні здібності, рівень математичних знань, відсутність знань з математики	Зниження обсягу робочої пам'яті під час виконання математичних завдань, що призводить до забування математичного змісту; помилок в обчисленнях
Фізіологічні: прискорене серцебиття, липкі руки, розлад шлунку, запаморочення	Оточуюче середовище: освітній контекст, однолітки, вчителі, батьки;	зниження успішності; вплив на вибір професії, зокрема, уникнення професій у галузі науки, технології та інженерії.
Запобігання та подолання математичної тривожності		
навчальний заклад	***вчителі***	***батьки***
запровадження курсів, де учні вивчають методи подолання бар'єрів у вивченні математики та справляються зі страхом перед предметом; створення можливості складати тести кілька разів;	посилення інтересу та мотивації до вивчення математики; наголошення на тому, що помилки також є частиною успішного навчання;	підтримка позитивного ставлення учнів до математики, створення в них відчуття впевненості; реалістичні очікування щодо успіху своїх дітей з математики;

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

запровадження курсів, де учні можуть подолати освітні втрати з математики.	мотивація учнів, через почуття власної ефективності, через точні оцінки успішності учнів і ефективний зворотній зв'язок; впровадження інтерактивних методів навчання для збудження інтересу та зняття тривожності, для співпраці та комунікації; практика диференційованого та особистісно зорієнтованого навчання через відбір завдань, прийомів що відповідають індивідуальним потребам учнів.	демонстрація використання математики в позитивних цілях, наприклад у спорті, хобі, ремонті будинку тощо.

Для глибшого розуміння проблеми математичної тривожності серед українських школярів та розробці заходів для її подолання ми провели опитування 457 учнів (рис.1) Київської, Вінницької та Івано-Франківської областей включаючи як міські, так і сільські школи.

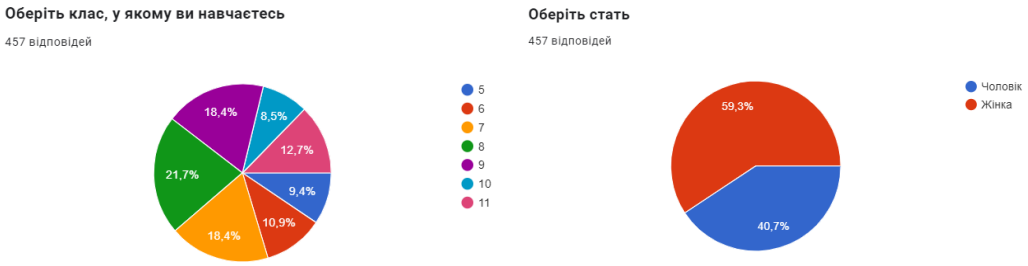


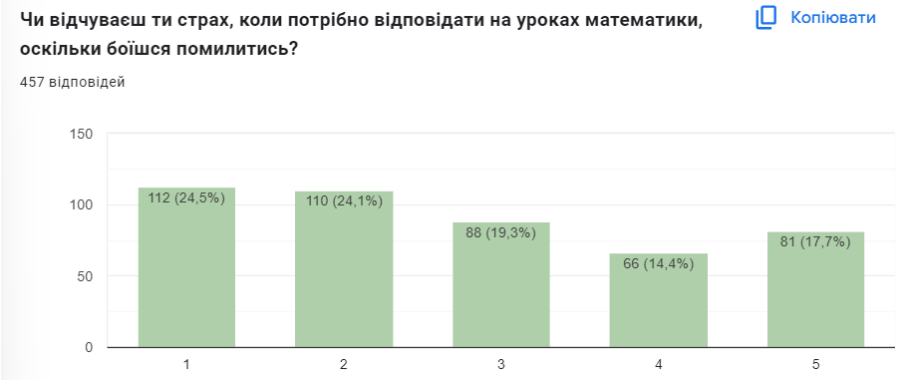
Рис. 1. Розподіл опитаних школярів

Найпоширенішими опитувальниками щодо математичної тривожності є Шкала оцінки математичної тривожності (MARS) та її скорочена версія (AMAS). Обидва опитувальники розрізняють різні аспекти математичної тривожності залежно від типу ситуації: тривога перед іспитом, тривога перед вивченням курсу математики, тривога при виконанні математичних обчислень, тривога щодо застосування математики в повсякденному житті та страх перед учителями математики. Однак, вони розроблені для студентів. На основі вказаних опитувальників ми створили власний. Опитування складалось із 20 запитань, за якими учням потрібно було оцінити свою відповідь за шкалою від 1 до 5, де: 1 – ніколи не відчуваю; 2 – рідко відчуваю; 3 – іноді відчуваю; 4 – часто відчуваю; 5 – завжди відчуваю.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Опитувальник поширювали у січні-лютому 2024 року у соцмережах за посиланням: https://forms.gle/orcMzSQ51LjM5Hdq5.

Значна частина опитаних учнів (50%) часто або завжди відчувають паніку, коли потрібно писати контрольну роботу з математики чи складати іспит з математики; (37%) часто або завжди мають страх отримати погану оцінку з математики. Дещо менша кількість (32%) школярів повідомили, що відчувають страх, коли потрібно відповідати на уроках математики, оскільки бояться помилитись та (30%) відчувають страх коли потрібно розв'язати математичну задачу. Представлені дані свідчать, що більше третини учнів мають ознаки тестової тривожності (рис 3).



© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

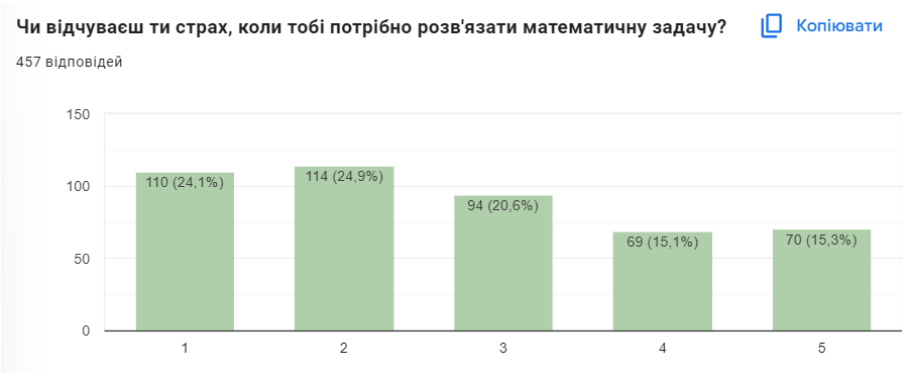
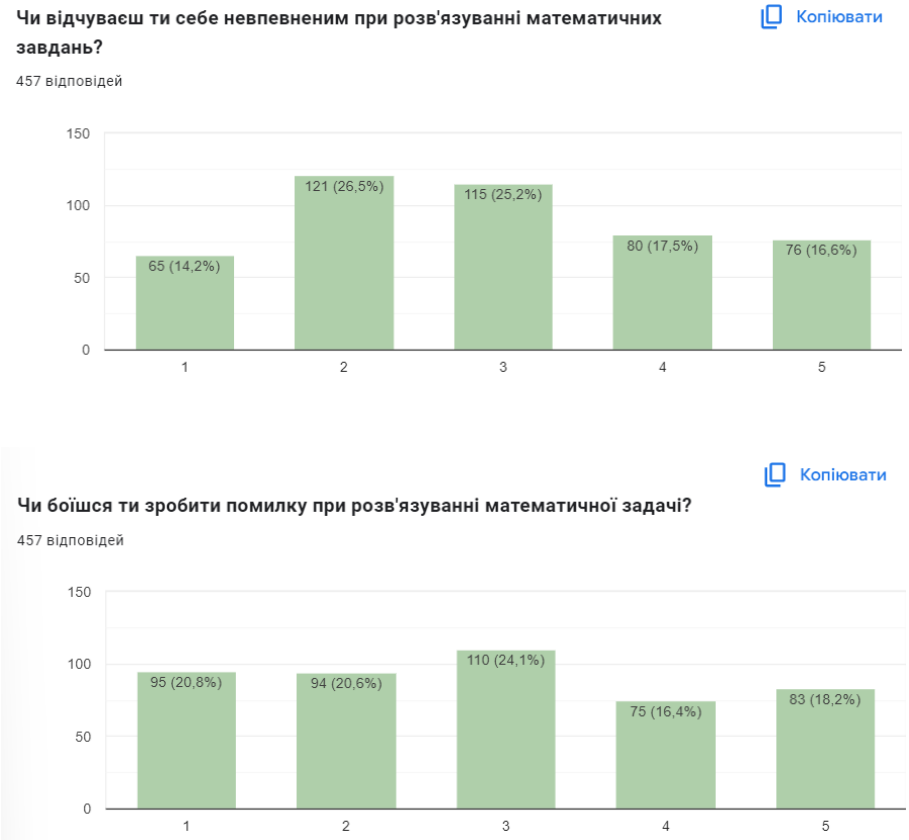


Рис. 2. Результати опитування учнів: ознаки тестової тривожності

Спостерігаються також когнітивні ознаки математичної тривожності у опитаних учнів. Зокрема: часто або завжди школярі (34%) відчувають себе невпевненим при розв'язуванні математичних завдань; (34%) бояться зробити помилку при розв'язуванні математичної задачі; (27%) мають негативні відчуття при розв'язуванні математичних задач; (29%) бояться громіздких математичних розрахунків; (26%) відчувають страх коли потрібно розв'язати задачу з геометрії (рис.3).



© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

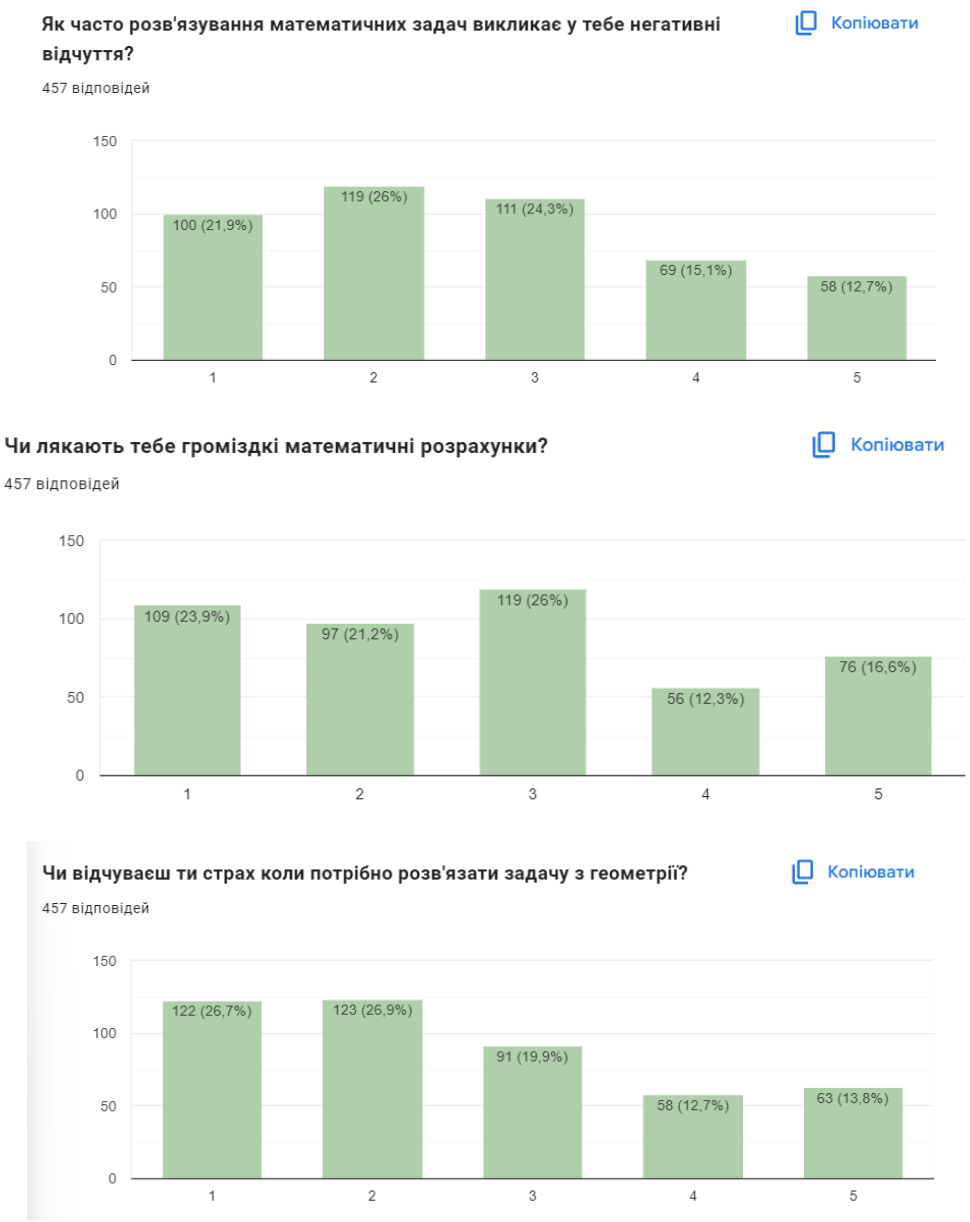


Рис.3. Результати опитування учнів: когнітивні ознаки математичної тривожності

Дослідження показало, що рівень математичної тривожності має тенденцію зростати з віком, тобто найвищий показник тривожності у старшокласників, також хлопці відчувають нижчий рівень тривожності порівняно з дівчатами.

Вважаємо, що низька підтримка від вчителів або однокласників, відчуття недооцінення може підвищити тривожність. У анкеті ми запропонували учням оцінити свій рівень навчальних досягнень (Як ти оцінюєш свої знання з математики?) та вказати як оцінює його вчитель (Як тебе оцінює вчитель математики?). Серед 457 опитаних учнів, у 109 учнів власна оцінка не співпадає з оцінкою вчителя (58 учнів оцінили свій рівень навчальних досягнень нижче від учителя). 64% учнів, які вважають, що у них завищена оцінка та 55% учнів, які себе оцінюють вище у порівнянні з учителем демонструють ознаки високого рівня математичної тривожності. Отже, коли учні сприймають свій рівень навчальних досягнень інакше, ніж їхні

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

вчителі, це також може викликати тривогу. Наприклад, якщо учень вважає, що його рівень знань нижчий, ніж оцінка вчителя, це може бути пов'язано зі страхом перед неспроможністю впоратися з математичними завданнями чи втратою впевненості в своїх здібностях. Учні, у яких завищена самооцінка, також можуть демонструвати ознаки високого рівня математичної тривожності. Це може бути пов’язане зі стресом або тривогою перед математичними завданнями.

Наведені результати опитування вказують на потребу у вивченні та впровадженні стратегій для подолання математичної тривожності та створення позитивного навчального середовища для учнів. Варто відзначити, що це дослідження зосереджено на учнях з регіонів де не ведуться бойові дії, тому результати можуть не повністю відображати ситуацію в інших регіонах України. Враховуючи, що дані засновані на самооцінці учасників, існує потенційний ризик соціальної бажаності або неповноти відповідей, що може вплинути на достовірність результатів.

У працях українських науковців (Бурда, Васильєва, Тарасенкова, 2023; Матяш, Панасенко, 2023; Михайленко, 2023) представлені пропозиції щодо можливих шляхів мінімізації негативних наслідків та адаптації освітнього процесу до умов війни. У результаті узагальнення розробок учителів, науковців щодо подолання математичної тривожності, ми створили практичний набір інструментів для вчителя математики «Успішні уроки без стресу» (рис.4). Проектуючи свій урок, вчитель математики для кожного етапу уроку, залежно від визначених завдань, може швидко підібрати методи та прийоми, що можуть допомогти подолати ознаки математичної тривожності в учнів.

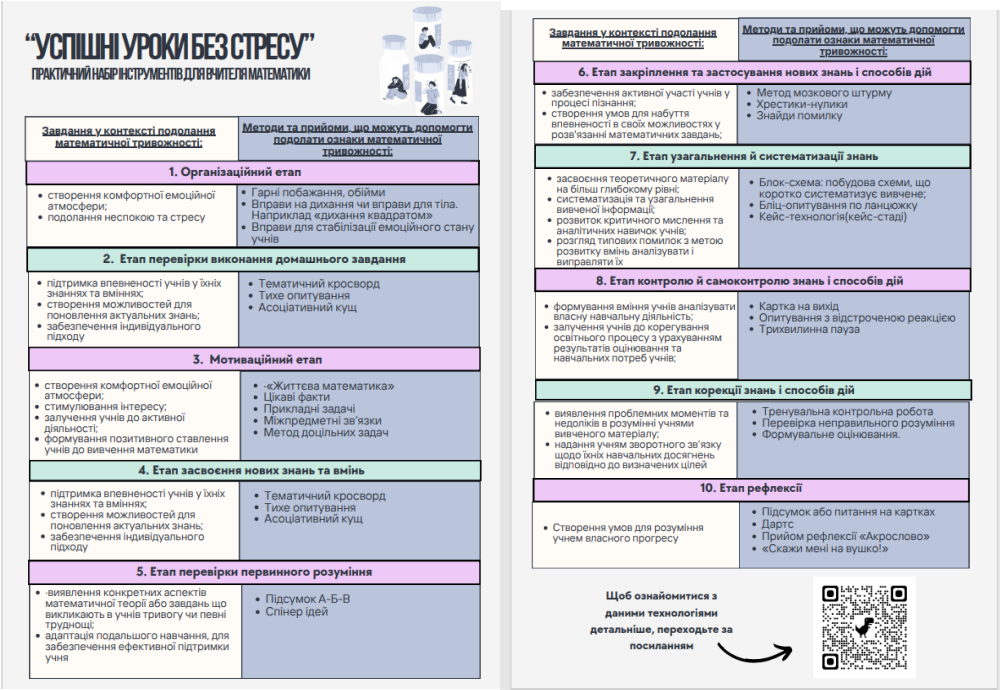


Рис. 4. Практичний набір інструментів для вчителя математики «Успішні уроки без стресу» *(розроблено авторами)*

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Висновки і перспективи подальших досліджень. Проведене дослідження дозволяє нам зробити наступні висновки:

1) Математична тривожність учнів не є вродженою, може проявлятися на емоційному, когнітивному та фізіологічному рівнях і призводить до таких результатів, як зниження: мотивації до навчання; швидкості читання; успішності; обсягу робочої пам'яті під час виконання математичних завдань, що призводить до забування математичного змісту і помилок в обчисленнях. Також наявність ознак математичної тривожності впливає на вибір професії учнем, зокрема, уникнення професій у галузях математики, науки, технології та інженерії.
2) Для подолання математичної тривожності і як наслідок для підвищення успішності учнів з математики, важливо: сприяти розвитку в учнів позитивного ставлення до математики, підтримувати в них відчуття впевненості; практикувати інтерактивні методи навчання для збудження інтересу та зняття тривожності, для співпраці та комунікації; впроваджувати диференційоване та особистісно зорієнтоване навчання через відбір завдань, прийомів що відповідають індивідуальним потребам учнів.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо у виокремленні та обґрунтуванні сучасних методичних рекомендацій для вчителів математики щодо подолання математичної тривожності українських учнів.

Список використаних джерел

Андрієвська, М., Михайленко, Л. (2023). Змішане навчання математики: тенденції і можливості. Тези доповідей VI Міжнародної наукової конференції «Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики: до 75-річчя кафедри методики навчання математики». С. 142–144.

Бичко, Г., Вакуленко, Т., Лісова, Т., Мазорчук, М., Терещенко, В., Раков, С., Горох, В. та ін.; за ред. В. Терещенка та І. Клименко; Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2022 Український центр оцінювання якості освіти. Київ, 395 с.

Лукомська, С. О. (2019). Особливості математичної тривожності сучасних школярів. Особистість у кризових умовах та критичних ситуаціях життя: матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції (28 лютого – 1 березня 2019 року, м. Суми) – Суми : Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 291-293. http://surl.li/uvntse

Михайленко, Л. (2023). Соціально-емоційне навчання на уроках математики: сучасні тенденції. Актуальні питання природничо-математичної освіти : збірник наукових праць. Вип. 1 (21). С. 206–214. DOI: 10.5281/zenodo.8027156

Полінскі, О., Кучінка, К. (2023). Розвиток математичної тривожності в учнів середньої школи у контексті гейміфікації. Актуальні питання у сучасній науці, (10(16)). https://doi.org/10.52058/2786-6300-2023-10(16)-696-705

Таблер, Т. (2022). Мотивація до вивчення математики і математична тривожність учнів. Вісник науки та освіти, (2(2)). https://doi.org/10.52058/2786-6165-2022-2(2)-247-257

Топузов, О., Засєкіна, Т. (за заг. ред.). (2023). Загальна середня освіта України в умовах воєнного стану та відбудови: реалії, досвід, перспективи: Методичні рекомендації науковців Інституту педагогіки НАПН України до початку нового 2023–2024 навчального року [Електронний ресурс]. Інститут педагогіки НАПН України. Педагогічна думка. DOI: https://doi.org/10.32405/978-966-644-737-4-2023-192

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Caviola, S., Toffalini, E., Giofrè, D., Ruiz, J. M., Szűcs, D., & Mammarella, I. C. (2021). Math Performance and Academic Anxiety Forms, from Sociodemographic to Cognitive Aspects: a Meta-analysis on 906,311 Participants. Educational Psychology Review. https://doi.org/10.1007/s10648-021-09618-5

Chiu, L.-H. & Henry, L. (1990). Development and validation of the Mathematics Anxiety Scale for Children.. Measurement and Evaluation in Counseling and Development. 23. 121-127. https://www.researchgate.net/publication/232514312_Development_and_validation_of_the_Mathematics_Anxiety_Scale_for_Children.

D'Agostino, A., Schirripa Spagnolo, F., & Salvati, N. (2021). Studying the relationship between anxiety and school achievement: evidence from PISA data. Statistical Methods & Applications. https://doi.org/10.1007/s10260-021-00563-9

Finlayson, M. (2014). Addressing math anxiety in the classroom. Improving Schools, 17(1), 99–115. https://doi.org/10.1177/1365480214521457

Hogbin, C. (2021, May 28). Mathematics Anxiety: A Guide for Parents and Teachers. LinkedIn: Log In or Sign Up. https://www.linkedin.com/pulse/mathematics-anxiety-guide-parents-teachers-chris-hogbin

Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., & Hunt, M. K. (2003). The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS): Construction, Validity, and Reliability. Assessment, 10(2), 178-182. https://doi.org/10.1177/1073191103010002008

Kohn, J., Richtmann, V., Rauscher, L., Kucian, K., Käser, T., Grond, U., Esser, G., & von Aster, M. (2013). Das Mathematikangstinterview (MAI): Erste psychometrische Gütekriterien. Lernen und Lernstörungen, 2(3), 177–189. https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000040

Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018). Spotlight on math anxiety. Psychology Research and Behavior Management, Volume 11, 311–322. https://doi.org/10.2147/prbm.s141421

Matiash, O., Panasenko, O., Horiashyn, A. (2023). Learning platforms in the training of future mathematics teachers: analysis of foreign experience. ScienceRise: Pedagogical Education, 4 (55), 9–14. http://doi.org/10.15587/2519-4984.2023.284676

Sperling, R. A., Reeves, P. M., Gervais, A. L., & Sloan, J. O. (2017). Development and Validation of the Self-Regulated Learning Test Anxiety Scale. Psychology, 08(14), 2295–2320. https://doi.org/10.4236/psych.2017.814145

Suárez-Pellicioni, M., Núñez-Peña, M.I. & Colomé, À. Math anxiety: A review of its cognitive consequences, psychophysiological correlates, and brain bases. Cogn Affect Behav Neurosci 16, 3–22 (2016). https://doi.org/10.3758/s13415-015-0370-7

Weissgerber, S. C., Grünberg, C., Neufeld, L., Steppat, T., & Reinhard, M.-A. (2022). The interplay of math anxiety and math competence for later performance. Social Psychology of Education. https://doi.org/10.1007/s11218-022-09700-y

References

Andriievska, M., & Mykhailenko, L. (2023). Zmishane navchannia matematyky: Tendentsii i mozhlyvosti [Blended learning in mathematics: trends and opportunities]. In VI Mizhnarodna naukova konferentsiia "Aktualni problemy teorii ta metodyky navchannia matematyky: Do 75-richchia kafedry metodyky navchannia matematyky" [Abstracts of the VI International Scientific Conference 'Actual Problems of the Theory and Methods of Mathematics Teaching: to the 75th Anniversary of the Department of Mathematics Teaching Methods]. 142–144. [in Ukrainian]

Bychko, H., Vakulenko, T., Lisova, T., Mazorchuk, M., Tereshchenko, V., Rakov, S., Gorokh, V., et al. (2023). Natsionalnyi zvit za rezultatamy mizhnarodnoho doslidzhennia yakosti osvity PISA-2022 [National report on the results of the international study of the quality of education PISA]. Ukrainian Center for Educational Quality Assessment. Kyiv, 395. [in Ukrainian]

Toptuzov, O., & Zasiiekina, T. (Eds.). (2023). Zahalna serednia osvita Ukrainy v umovakh voiennoho stanu ta vidbudovy: realii, dosvid, perspektyvy: Metodychni rekomendatsii naukovtsiv Instytutu pedahohiky NAPN Ukrainy do pochatku novoho 2023–2024 navchalnoho roku [General secondary education of Ukraine in the conditions of martial law and reconstruction: realities, experience, prospects: Methodological recommendations of the scientists of the Institute of Pedagogy of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine for the beginning of the new 2023-2024 academic year]. Instytut pedahohiky NAPN

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Ukrainy. Pedahohichna dumka [Institute of Pedagogy of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine. Pedagogical thought]. [in Ukrainian]

Lukomska, S. O. (2019). Osoblyvosti matematychnoi tryvozhnosti suchasnykh shkoliariv. In V Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia "Osobystist u kryzovykh umovakh ta krytychnykh sytuatsiiakh zhyttia". [Features of mathematical anxiety of modern schoolchildren. Personality in crisis conditions and critical situations of life: materials of the V International Scientific and Practical Conference]. Sumy: SumDPU imeni A. S. Makarenka, 291–293 http://surl.li/uvntse [in Ukrainian]

Mykhailenko, L. (2023). Sotsialno-emotsiine navchannia na urokakh matematyky: Suchasni tendentsii [Social and emotional learning in mathematics lessons: current trends.]. Aktualni pytannia pryrodnycho-matematychnoi osvity, [Topical issues of natural and mathematical education: a collection of scientific papers] 1(21), 206–214. https://doi.org/10.5281/zenodo.8027156 [in Ukrainian]

Polinskyi, O., & Kuchinka, K. (2023). Rozvytok matematychnoi tryvozhnosti v uchniv serednoi shkoly u konteksti heimifikatsii [Development of mathematical anxiety in secondary school students in the context of gamification]. Aktualni pytannia u suchasnii nautsi [Topical issues in modern science], 10(16), 696–705. https://doi.org/10.52058/2786-6300-2023-10(16)-696-705 [in Ukrainian]

Tabler, T. (2022). Motyvatsiia do vyvchennia matematyky i matematychna tryvozhnist uchniv [Motivation to learn mathematics and students' mathematical anxiety]. Visnyk nauky ta osvity [Journal of Science and Education], 2(2), 247–257. https://doi.org/10.52058/2786-6165-2022-2(2)-247-257 [in Ukrainian]

Caviola, S., Toffalini, E., Giofrè, D., Ruiz, J. M., Szűcs, D., & Mammarella, I. C. (2021). Math Performance and Academic Anxiety Forms, from Sociodemographic to Cognitive Aspects: a Meta-analysis on 906, 311 Participants. Educational Psychology Review. https://doi.org/10.1007/s10648-021-09618-5

Chiu, L.-H. & Henry, L. (1990). Development and validation of the Mathematics Anxiety Scale for Children.. Measurement and Evaluation in Counseling and Development. 23. 121-127. URL: https://www.researchgate.net/publication/232514312_Development_and_validation_of_the_Mathematics_Anxiety_Scale_for_Children.

D'Agostino, A., Schirripa Spagnolo, F., & Salvati, N. (2021). Studying the relationship between anxiety and school achievement: evidence from PISA data. Statistical Methods & Applications. https://doi.org/10.1007/s10260-021-00563-9

Finlayson, M. (2014). Addressing math anxiety in the classroom. Improving Schools, 17(1), 99–115. https://doi.org/10.1177/1365480214521457

Hogbin, C. (2021, May 28). Mathematics Anxiety: A Guide for Parents and Teachers. LinkedIn: Log In or Sign Up. https://www.linkedin.com/pulse/mathematics-anxiety-guide-parents-teachers-chris-hogbin (date of access: 17.03.2024)

Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., & Hunt, M. K. (2003). The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS): Construction, Validity, and Reliability. Assessment, 10(2), 178-182. https://doi.org/10.1177/1073191103010002008

Kohn, J., Richtmann, V., Rauscher, L., Kucian, K., Käser, T., Grond, U., Esser, G., & von Aster, M. (2013). Das Mathematikangstinterview (MAI): Erste psychometrische Gütekriterien. Lernen und Lernstörungen, 2(3), 177–189. https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000040

Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018). Spotlight on math anxiety. Psychology Research and Behavior Management, Volume 11, 311–322. https://doi.org/10.2147/prbm.s141421

Matiash, O., Panasenko, O., Horiashyn, A. (2023). Learning platforms in the training of future mathematics teachers: analysis of foreign experience. ScienceRise: Pedagogical Education, 4 (55), 9–14. http://doi.org/10.15587/2519-4984.2023.284676

Sperling, R. A., Reeves, P. M., Gervais, A. L., & Sloan, J. O. (2017). Development and Validation of the Self-Regulated Learning Test Anxiety Scale. Psychology, 08(14), 2295–2320. https://doi.org/10.4236/psych.2017.814145

Suárez-Pellicioni, M., Núñez-Peña, M.I. & Colomé, À. Math anxiety: A review of its cognitive consequences, psychophysiological correlates, and brain bases. Cogn Affect Behav Neurosci 16, 3–22 (2016). https://doi.org/10.3758/s13415-015-0370-7

Weissgerber, S. C., Grünberg, C., Neufeld, L., Steppat, T., & Reinhard, M.-A. (2022). The interplay of math anxiety and math competence for later performance. Social Psychology of Education. https://doi.org/10.1007/s11218-022-09700-y

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 373.5.018.4-025.26:[004:005.336.2]
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-56-69

Психологічні та педагогічні засади формування інформаційно-комунікативної компетентності школярів в умовах змішаного навчання

Марина Андрієвська[1], Любов Михайленко[2]

[1] Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.
E-mail: marinkaandrievska@gmail.com ORCID ID: 0000-0002-3085-8900
[2] Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.
E-mail: mikhailenkolf@gmail.com ORCID ID: 0000-0001-5051-5561

Анотація

Сучасна освіта зазнає значних змін внаслідок розвитку інформаційних технологій, зокрема зростає популярність змішаного навчання.

У зв'язку із стрімким інформаційно цифровим розвитком, з'являється необхідність формування у школярів інформаційно-комунікативної компетентності, що передбачає впевнене, критичне і відповідальне використання цифрових технологій для власного розвитку і спілкування; здатність безпечно застосовувати інформаційно-комунікаційні засоби в навчанні та інших життєвих ситуаціях, дотримуючись принципів академічної доброчесності.

Математична освітня галузь є важливою складовою загальної освіти, яка також потребує адаптації до нових умов змішаного навчання. Таким чином, постає необхідність у ґрунтовному дослідженні психологічних і педагогічних засад формування інформаційно-комунікативної компетентності школярів в умовах змішаного навчання. У статті проведено аналіз психолого педагогічної літератури та досліджено роботи науковців, які працюють над питанням психологічних та педагогічних засад формування інформаційно-комунікативної компетентності школярів в умовах змішаного навчання та виокремлено психолого-педагогічні основи формування інформаційно-комунікативної компетентності учнів саме на уроках математики в умовах змішаного навчання.

Зроблено висновок, що для ефективного формування інформаційно-комунікаційної компетентності в умовах змішаного навчання необхідно враховувати когнітивні, соціальні та емоційні чинники, що дозволяють створити навчальне середовище, в якому учні можуть не лише здобувати знання, але й розвивати свої інформаційні та комунікативні навички, необхідні для сучасного інформаційного суспільства.

Ключові слова: змішане навчання, інформаційно-комунікаційна компетентність, математика, психолого педагогічні засади.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC 373.5.018.4-025.26:[004:005.336.2]
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-56-69

Information and communication competence of schoolchildren in the conditions of blended learning

Maryna Andriievska[1], Lyubov Mykhailenko[2]

[1] Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine
E-mail: marinkaandrievska@gmail.com ORCID ID: 0000-0002-3085-8900
[2] Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine
E-mail: mikhailenkolf@gmail.com ORCID ID: 0000-0001-5051-5561

Abstract

Modern education is undergoing significant changes due to the development of information technologies, particularly the increasing popularity of blended learning. In connection with the rapid information and digital advancement, there arises a necessity to form information and communication competence in students. This competence implies confident, critical, and responsible use of digital technologies for personal development and communication, as well as the ability to safely apply information and communication tools in educational and other life situations while adhering to the principles of academic integrity.

The mathematical education sector is an essential component of general education, which also requires adaptation to the new conditions of blended learning. Therefore, there is a need for in-depth research into the psychological and pedagogical foundations of forming information and communication competence in students within the context of blended learning. This article analyzes psychological and pedagogical literature and explores the works of researchers focusing on the psychological and pedagogical principles of developing students' information and communication competence in blended learning, specifically in mathematics classes.

The conclusion emphasizes that for effective development of information and communication competence in blended learning settings, it is essential to consider cognitive, social, and emotional factors, which will help create a learning environment where students can not only acquire knowledge but also develop their information and communication skills necessary for the modern information society.

Keywords: Blended learning, information and communication competence, mathematics, psychological and pedagogical foundations.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Постановка проблеми у загальному вигляді. Сучасна освіта переживає активну трансформацію під впливом розвитку інформаційних технологій та поширення змішаного навчання. Одним із важливих аспектів цієї трансформації є необхідність формування у школярів інформаційно-комунікативної компетентності, що передбачає впевнене, критичне і відповідальне використання цифрових технологій для власного розвитку і спілкування; здатність безпечно застосовувати інформаційно-комунікаційні засоби в навчанні та інших життєвих ситуаціях, дотримуючись принципів академічної доброчесності (Державний стандарт базової середньої освіти, 2020). Математична освітня галузь є важливою складовою загальної освіти та також потребує адаптації до нових умов змішаного навчання. Таким чином, постає необхідність у ґрунтовному дослідженні психологічних і педагогічних засад формування інформаційно-комунікативної компетентності школярів в умовах змішаного навчання. Розв'язання цієї проблеми потребує міждисциплінарного підходу, який об'єднує теоретичні основи педагогіки, психології, інформаційних технологій та дидактики математики.

Аналіз джерел та останніх досліджень. Питання формування інформаційно-комунікативної компетентності школярів досліджували у своїх працях О. Білоус, М. Лещенко, І. Малицька, Н. Морзе, О. Овчарук, Н. Сороко, Л. Тимчук, В. Ткаченко, М. Шиненко, А. Яцишин (2014), О. Матяш (2022), Л. Михайленко (2024) та інші.

Значну увагу дослідники приділяють психолого-педагогічним особливостям формування інформаційної та комунікаційної компетентностей (Л. Матохнюк (2019), С. Максименко (2022), О. Пінчук (2019), Н. Зайцева, С. Симоненко, О. Супрун (2021), Є. Підчасовий (2022) та інших).

Л. Матохнюк (2019) виокремила базові принципи психології щодо розвитку інформаційної компетентності особистості: принцип детермінізму, принцип цілісності розвитку, принцип єдності мислення і діяльності, принцип антропоцентризму, принцип діалогізації педагогічної взаємодії. Також розглянуто такі групи теорій, як психодинамічна, біхевіоральні, его-психологія, теорія особистісних рис, соціально-когнітивні, гуманістичні з позиції інформаційної компетентності особистості. С. Максименко, Л. Деркач, Е. Кіричевська, М. Касинець (2022) вважають, що не важливо, скільки часу ми використовуємо смарт пристрої; важливо те, як ми їх використовуємо і що відбувається у нашому мозку у відповідь. Зростаючий людський мозок постійно будує нейронні зв'язки, відсікаючи менш використовувані, і використання цифрових медіа відіграє активну роль у цьому процесі. Діджитал завдання мають бути зорієнтовані на: розвиток здатності до виявлення і постановки проблем; спроможності до генерування великого числа ідей (не боячись осуду); гнучкості – продукування різноманітних ідей; вміння вирішувати проблеми та здатності вдосконалити об’єкт; оригінальності – спроможності відповідати на подразники нестандартно.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

В. Биков і О. Пінчук (2019) представили авторське бачення психолого-педагогічних умов ефективної організації навчально-виховного процесу з використанням електронних соціальних мереж, зокрема: організація вільного доступу до навчального контенту (наявність вільного доступу і готовність до використання); орієнтація змісту пізнавальної діяльності на індивідуальні потреби та особистісні характеристики учнів; урахування соціального запиту під час навчання; стимулювання творчої, дослідницької та групової форм роботи; застосування інноваційних педагогічних технологій (метод проєктів, перевернуте навчання, веб-квест) та форм (ділові ігри, дискусія, мозковий штурм) навчання; використання рефлексивних практик; орієнтація на інтерактивні форми педагогічної взаємодії (наявність навчального діалогу) з домінуванням активності учнів. Н. Зайцева, С. Симоненко, О. Супрун (2021) виокремили рекомендації з підвищення ефективності та покращення якості навчального процесу в умовах дистанційного за змішаного навчання що стосуються психологічної атмосфери та комфортної взаємодії учасників навчання. Є. Підчасов (2022) вважає, що максимальний психолого-педагогічний ефект від використання інтерактивних дошок в навчальному процесі досягається, як правило за рахунок: більш повної візуалізації об'єктів та явищ в порівнянні з роздрукованими засобами навчання; застосування інтерактивних завдань, які вимагають аналітичного чи графічного підходу з використанням маніпуляційно-графічного інтерфейсу; використання програмного середовища, віртуальних лабораторій для організації творчої навчально-наукової діяльності здобувачів; технологізації процесу оцінювання або самооцінювання навчальних знань і навичок студентів; тестування і корекції результатів діяльності студентів.

Особливості впровадження змішаного навчання та вплив змішаного навчання на формування інформаційно-комунікаційної компетентності досліджували Л. Лук'янова, К. Годлевська (2024), Л. Михайленко (2024), О. Шроль (2016), Н. Зайцева, С. Симоненко, О. Супрун (2021), Т. Резнік (2023) та інші.

Л. Лук'янова, К. Годлевська, (2024) виокремлюють переваги змішаного навчання: створює можливість гнучкості для усіх учасників процесу; розвиває в учнів проактивний підхід до навчання, де вчитель є лише фасилітатором; підсилює цифрові навички та спонукає учнів бути самостійними здобувачами освіти; дає вчителям нагоду зробити навчання більш індивідуальним. Т. Шроль (2016) серед переваг змішаного виділяє: реалізацію особистісно-орієнтованого підходу (індивідуалізації та диференціації навчання); оптимальний розподіл освітніх ресурсів; підвищення успішності за рахунок використання компетентістно-орієнтованого підходу; змішане навчання розвиває вміння самостійно організовувати та планувати роботу, отримувати і аналізувати знання, шукати і відбирати інформацію, приймати рішення, займатися самоосвітою. До недоліків змішаного навчання дослідниця відносить нерівномірну і неоднорідну комп'ютерну грамотність, як учнів так і вчителів; значну степінь залежності процесу навчання від техніки, Інтернету, стабільності онлайн-

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

режиму, безлімітних тарифів тощо; змішане навчання потребує технічної підтримки і значних затрат на створення відеоматеріалів, навчальних програм і модулів для тестування.

За останні роки, уявлення про змішане навчання поступово змінюється. Все більше дослідників почали розуміти, що слово «змішаний» слід розглядати як «інтеграцію» та «злиття», а не просто як «комбінацію». Змішане навчання не обмежується простою інтеграцією очних та онлайн-навчальних середовищ, а є систематичною реконструкцією багатьох елементів, включаючи навчальні ресурси, стратегії навчання, навчальні середовища, інструменти навчання та моделі викладання та навчання (Cai & Feng, 2024).

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. На думку закордонних дослідників Цай і Фен (Cai & Feng, 2024), Кріґльштайна та ін (Krieglstein et al., 2022), Маріна, Кастаньєда (Marín, Castañeda, 2023), змішане навчання може задовольнити вимоги індивідуального розвитку учнів, організації ефективного навчального процесу та створення ефективної навчальної атмосфери.

Завданням нашого дослідження стало вивчення теоретичних основ змішаного навчання в психології та педагогіці щодо формування інформаційно-комунікативної компетентності школярів у навчанні математики.

Мета статті – на основі аналізу наукових праць виокремити психолого-педагогічні основи формування інформаційно-комунікативної компетентності учнів на уроках математики в умовах змішаного навчання.

Виклад основного матеріалу. У сучасному світі постійних змін та розвитку, компетентність стає необхідною як у особистому, так і у професійному житті кожної людини. Цей термін відображає динамічну комбінацію знань, способів мислення, поглядів, цінностей, навичок, умінь, інших особистих якостей, що визначає здатність особи успішно провадити навчальну діяльність.

У психологічній теорії «розвиток» виступає як процес кількісних та якісних змін психіки, що відбуваються у ході діяльності й спілкування дитини з іншими людьми. Розвиток психіки людини хоча й обумовлений соціальними умовами життя, але спирається на дозрівання організму. «Розвиток людини, як правило, відбувається в умовах суспільства і нерозривно пов'язаний із розвивальними впливами оточуючих. Соціальна обумовленість психічного розвитку дитини умовами суспільства знаходить відображення у понятті «формування». У формуванні можна виділити стихійний компонент і цілеспрямований процес змін особистості або ж її окремих якостей внаслідок спеціально організованих впливів» (Столяренко, 2012, с.119-120). Формування компетентності включає когнітивні, соціальні та емоційні аспекти. Основна мета психології розвитку полягає в тому, щоб розуміти, які фактори та явища сприяють або гальмують розвиток і як максимально розвивати потенціал людини.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Когнітивний розвиток це процес отримання й обробки інформації, розуміння, аналізу та використання пізнавальних процесів. Когнітивний розвиток постійно змінюється протягом усього життя і включає в себе різні аспекти, такі як сприйняття, мислення, пам'ять, мовлення та розв'язання проблем. Наукове дослідження когнітивного розвитку є важливим елементом психологічної науки. Воно допомагає розуміти процеси, причини та наслідки когнітивного розвитку, а також розробляти ефективні методи та стратегії для покращення цього процесу (Український психологічний хаб б.д.).

Формування інформаційно-комунікативної компетентності учнів у змішаному навчанні пов'язане з низкою психологічних процесів. Одним із ключових елементів є когнітивний розвиток, який відбувається через активну взаємодію з цифровими технологіями. Характеристики когнітивного розвитку впливають на розробку рівня складності навчальних цілей, абстрактність змісту, формат навчальних ресурсів і планування навчальної діяльності.

У педагогічній психології широко використовується теорія когнітивного навантаження, яка пов’язана з когнітивним навантаженням на оперативну пам’ять учня. Основа цієї когнітивної теорії полягає в тому, що навчання виникає внаслідок взаємодії процесів робочої пам’яті та довготривалої пам’яті (Sweller, 2016). Вважається, що робоча пам’ять є активованою частиною довготривалої пам’яті, яка вказує на те, що увага приділяється процесам навчання. Система робочої пам’яті (або система короткочасної пам’яті) обмежена у своїй потужності, тобто лише обмежена кількість елементів може оброблятися одночасно. Емпіричні висновки свідчать про те, що нова інформація, яка невідома учневі, втрачається через певний час, якщо вона не повторюється. Довготривала пам’ять зберігає інформацію, яку можна отримати, організовану в схеми. Щоб побудувати таку схему, нова інформація повинна бути відібрана, організована та інтегрована в узгоджену модель. Схеми зберігаються в довгостроковій пам’яті та можуть бути відновлені, якщо необхідно, у робочу пам’ять, щоб полегшити навчання складному завданню. Якщо припустити, що кожен елемент потрібно обробляти окремо, це перевищить ємність робочої пам'яті. Автоматизація взаємодіючих елементів призводить до того, що вони можуть несвідомо оброблятися в майбутньому, і таким чином зменшується навантаження на робочу пам’ять (Krieglstein et al., 2022). А. Скуль́мовскі і К.М. Сюй, (Skulmowski, Xu, 2022) обґрунтовують, що успішне навчання базується на узгодженні між цілями, когнітивною діяльністю та відповідними методами оцінювання. Дослідники переконані, що на основі теорії когнітивного навантаження, ці три компоненти необхідно більш ретельно враховувати в дослідженнях цифрового навчання та представляють стратегію вирівнювання когнітивного навантаження. Теорія когнітивного навантаження припускає, що непотрібне когнітивне навантаження можна усунути або зменшити шляхом оптимізації дизайну навчальних матеріалів. Коли ці відволікання зводяться до мінімуму, вважається, що когнітивні системи учнів мають більше розумових здібностей для перетворення інформації, яка переходить у довготривале запам’ятовування

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

(Skulmowski, Xu 2022). В контексті змішаного навчання, врахування когнітивного навантаження є важливим, оскільки учні поєднують традиційне навчання з онлайн-ресурсами, які часто вимагають обробки великої кількості інформації. Якщо когнітивне навантаження занадто високе (через складність завдань або надмірне використання технологій), учні можуть відчувати перевантаження, що негативно впливає на здатність вчитися та спілкуватися. У змішаному навчанні важливо створювати умови, які дозволяють знизити непотрібне когнітивне навантаження, забезпечуючи доступність навчальних матеріалів і чітку структуру завдань. Використання занадто складних чи надмірно мультимедійних додатків може збільшувати когнітивне навантаження, відволікаючи увагу учнів від основного навчального матеріалу. Щоб цього уникнути, вчитель повинен обирати інструменти, що є інтуїтивно зрозумілими, та поступово вводити нові технології. Використання цифрових інструментів допомагає візуалізувати складні математичні концепції, знижуючи внутрішнє когнітивне навантаження за рахунок спрощення сприйняття і кращого розуміння.

Отже, теорія когнітивного навантаження дозволяє зрозуміти, як ефективно формувати інформаційно-комунікативну компетентність учнів, забезпечуючи оптимальне поєднання інформаційних і комунікаційних навичок з математичними знаннями. У змішаному навчанні важливо враховувати обмеження робочої пам'яті учнів, правильно дозуючи навчальні завдання, підбираючи відповідні цифрові інструменти та підтримуючи баланс між теоретичними і практичними завданнями.

Згідно з теорією множинного інтелекту Гарднера (*Poviryty v dytynu – yak dopomahaie v navchanni teoriia mnozhynnoho intelektu, n.d.*), інтелектуальна структура учнів різна, усі вони мають унікальний потенціал, й це означає, що немає учнів, які не можуть вчитися, є лише різні учні. У той же час, між учнями існують відмінності щодо основи навчання, швидкості навчання, інтересу до навчання, мотивації до навчання, потреб у навчанні та здатності до навчання. Отже, якщо запропонувати різноманітні підходи для розвитку кожного учня, тоді можна розвивати вищий інтелект кожного учня, таким чином заохочуючи їхню мотивацію до навчання та сприяти, певною мірою, розвитку слабшої інтелектуальної сфери. В результаті, кожен учень зможе насолоджуватися успішним досвідом навчання в школі та сприяти досягненню освітньої мети, яка полягає в сприянні розвитку кожного учня. Цай і Фен (Cai & Feng, 2024), обґрунтовують, що змішане навчання може надати учням більше можливостей щодо навчального середовища та партнерів у навчанні, надаючи зворотний зв'язок через систему, ресурси, через різні медіа (наприклад, візуальні, аудіо та текстові медіа), а також дозволяючи учням працювати у своєму власному темпі. Таким чином, змішане навчання може задовольнити потреби учнів з різними стилями навчання. Л. Лук'янова, К. Годлевська (2024) доводять, що поєднання онлайн ресурсів й інструментів навчання з безпосередньою взаємодією суб'єктів освітнього процесу дозволяє

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

пристосовувати навчання до індивідуальних потреб, стилів і темпів навчання кожного учня. Теорія множинного інтелекту Говарда Гарднера допомагає глибше зрозуміти, як можна використовувати індивідуальні сильні сторони учнів для формування їхньої інформаційно-комунікативної компетентності на уроках математики в умовах змішаного навчання. Зокрема, використання різноманітних підходів до навчання, які відповідають різним типам інтелекту, сприятиме досягненню учнями кращих результатів у розвитку як математичних, так і комунікативних навичок. Отже, змішане навчання дозволяє враховувати різні типи темпераменту, рівень мотивації, стилі навчання та когнітивні можливості учнів. Це дозволяє адаптувати навчальний матеріал і форми комунікації індивідуально для кожного учня, що підвищує ефективність засвоєння навчальної інформації.

Теорія когнітивного розвитку Жана Піаже є визначальною для розуміння того, як учні засвоюють нові знання та розвивають компетентності, зокрема інформаційно-комунікативну компетентність, під час навчання математики в умовах змішаного навчання. Піаже вважав, що когнітивний розвиток проходить через чотири стадії, і кожна з них визначає, як учень здатний сприймати, обробляти та інтегрувати нову інформацію. Зокрема, слід враховувати, що у теорії Піаже наголошується на важливості: соціальної взаємодії для розвитку мислення учнів; активного конструювання учнями знань на основі власного досвіду; здійснення когнітивного розвитку кожного учня у власному темпі. Отже, використання теорії когнітивного розвитку Піаже дозволяє вчителям створювати навчальні умови, що враховують когнітивні особливості учнів, допомагаючи їм ефективно розвивати як математичні, так і комунікативні навички в умовах інтеграції традиційного та онлайн-навчання.

В. Марін і Л. Кастаньєда (Marín, Castañeda, 2023) у своїй праці досліджували як сучасні технології можуть впливати на спосіб формування знань учнів. Автори обґрунтовують, що використання цифрових технологій для виконання завдання сприяє використанню навичок мислення вищого рівня. Зокрема, використання цифрових технологій передбачає більш часте використання таких навичок, як аналіз, миттєве розуміння та творчий синтез. Ці результати свідчать, що під час накопичення знань наші навички мислення не дотримуються встановленої чи ієрархічної моделі поведінки, а натомість йдуть у випадковий і непередбачуваний спосіб. Тобто навички мислення не виникають випадково, також навички вищого порядку можуть мати прямий зв'язок із навичками нижчого порядку, і навпаки. Отримані результати підтверджують висновки дослідження ДеШрайвера (DeSchryver), згідно з яким навички мислення використовуються одночасно та випадково, без дотримання заздалегідь визначеного чи встановленого порядку, також підтверджують ідеї що, висунув Сіменс (Siemens), який стверджує, що новий цифровий сценарій є хаотичним середовищем, яке перетворює практику навчання на дії, які в більшості випадків є непередбачуваними.

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Отже, запровадження навчання з широким застосуванням цифрових технологій сприяє швидкому доступу учнів до більшої кількості даних й інформації. Інформація, що відображається на екранах учнів у різних форматах та у більш динамічний спосіб може сприяти появі різних ідей і вплинути на прийняття рішень під час вирішення проблеми. Важливо відзначити, що сучасні вчителі та учні розуміють перевагу використання цифрових технологій у процесі навчання учнів математики.

Розвиток психологічної сфери включає процеси формування особистісної ідентичності, розвитку самосвідомості, самоконтролю, емоційного інтелекту, креативності та інтелектуальних здібностей. Цей процес вимагає постійного самовдосконалення та взаємодії з навколишнім середовищем. Результатом розвитку цієї сфери є зростання особистісного потенціалу, розширення світогляду, здатність до адаптації та самореалізації. Розвиток є постійним індивідуальним процесом, що варіюється в залежності від умов життя, досвіду, життєвих цілей та цінностей людини (Ukrainskyi psykholohichnyi KhAB, 2023). Соціальний і особистісний розвиток у дитини відбувається через взаємодію соціальних впливів, біологічного дозрівання та уявлень дитини про соціальний світ і себе. Характеристики психосоціального розвитку можуть обмежувати емоційну взаємодію між вчителем і учнем, між двома учнями, між групами учнів, видами діяльності, а також зворотним зв'язком і оцінкою; при цьому особливості морального розвитку впливають на проєктування орієнтирів навчальної діяльності (Cai & Feng, 2024).

Ерік Х. Еріксон (Erik H. Erikson) розробив вісім стадій розвитку особистості, які об'єднують саморозвиток і вплив навколишнього середовища. Відповідно до його теорії, розвиток особистості відбувається через соціальну взаємодію. У змішаному навчанні велике значення має співпраця між учнями як в онлайн-середовищі, так і в класі. Робота в групах, обговорення математичних задач, використання цифрових інструментів для спільної роботи сприяє розвитку не лише інформаційної грамотності, а й ефективних комунікативних навичок. Теорія психосоціального розвитку Еріка Еріксона розкриває вплив соціальної взаємодії та психологічних чинників на формування інформаційно-комунікативної компетентності учнів на уроках математики в умовах змішаного навчання. Залучення до співпраці, створення підтримуючого середовища та індивідуалізація навчання сприяють розвитку як інформаційної грамотності, так і комунікативних навичок учнів. У теорії Еріксона відзначено що, на кожній із восьми стадій є відповідні ключові особи впливу, а саме: мати, батько, члени сім'ї, сусіди, а також шкільні вчителі та учні, однолітки та члени невеликих груп, друзі, колеги, подружжя тощо. Психосоціальний розвиток впливає на становлення особистості, зокрема взаємодія з людьми та взаємодія з речами, має значний вплив на розвиток особистості. Для ефективного навчання ключову роль відіграє освітня комунікація.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Мейфенг Ліу (Meifeng Liu), Гуоцінг Чжао (Guoqing Zhao), Чжисіань Чжун (Zhixian Zhong), Цзин Ма (Jing Ma) та Вень Ван (Wen Wang) (2024) означають освітню комунікацію – як систему, що складається з чотирьох компонентів: учителі, навчальна інформація, освітні медіа та учні. Чотири компоненти взаємодіють і розвиваються у шести напрямах відносин (рис.1).

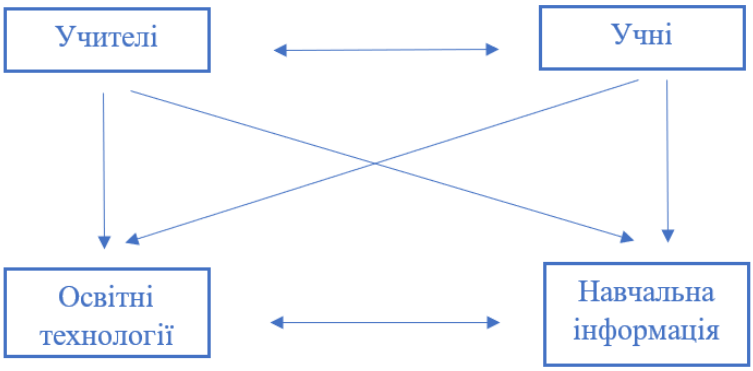


Рис. 1. Взаємодія компонентів освітньої комунікації в умовах змішаного навчання

Вдале поєднання цих шести взаємозв'язків є дуже важливим для забезпечення та підвищення ефективності навчального спілкування. У змішаному навчанні можливі різноманітні шляхи взаємозв'язку, які можуть задовольнити різні потреби, стилі навчання учнів і таким чином підвищити ефективність спілкування. Взаємозв'язок освітніх технологій з учителями, учнями та навчальною інформацією, має бути добре узгодженим, щоб досягти високоякісної ефективності освітньої комунікації.

Автори статті «Теоретичні основи змішаного навчання» (Liu et al., 2024), доводять, що: висока інтерактивність навчального завдання може підвищити інтерес, проте це не обов'язково забезпечуватиме кращу ефективність навчання у порівнянні навчанням з менш інтерактивною анімацією; прості рухи для взаємодії з пристроями чи інтерфейсами, такі як вказування пальцем або обведення на екрані планшета, покращують результати навчання у порівняні з ситуаціями пасивного навчання, навіть якщо немає змін у відображеній інформації.

Інтерес до навчання демонструє бажання учнів вчитися. Психологи поділяють навчальні інтереси на особисті та ситуативні. Особисті інтереси є своєрідними та відносно стабільними, вони стосуються схильності людини звертати увагу на конкретні стимули, об'єкти та теми. Ситуаційні інтереси, можуть привернути увагу учнів за короткий проміжок часу. Якщо ситуативні інтереси «зберігаються», вони можуть сприяти зосередженню учнів на тому самому завданні чи темі протягом тривалого періоду часу. Інтереси та навчання, певною мірою, взаємно підсилюють один одного. Коли учні відчувають свою компетентність, їхній інтерес до навчання може зрости. Навіть якщо учні спочатку не зацікавлені в певному

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

навчальному змісті чи діяльності, вони можуть розвинути інтерес після досягнення успіху. Тому необхідно розуміти інтереси учнів, викликати та підтримувати особисті та ситуативні інтереси учнів, мати різноманітні режими навчання та автономну атмосферу навчання. Усі ці ключові елементи можна включити в змішане навчання.

О. Матяш вважає, що спеціально підібрані «красиві» задачі можуть бути методом навмисного впливу на емоції під час організації математичної діяльності учнів, оскільки, крім навчальних функцій вони можуть виконувати низку інших: розвивальні, виховні, контролюючі, корегуючі та інші. (Матяш та ін., 2022, с. 110).

У педагогіці, однією з найбільш відомих є теорія морального розвитку Лоуренса Колберга, яка фокусується на розвитку морального мислення й етичних цінностей, що визначає поведінку людини в соціальних контекстах. Хоча теорія Колберга здебільшого застосовується до морального розвитку, її принципи можуть мати значення для формування емоційної складової інформаційно-комунікативної компетентності учнів у процесі навчання математики в умовах змішаного навчання. Інформаційно-комунікативна компетентність враховує здатність учнів використовувати інформаційні технології для ефективної комунікації, пошуку та передачі інформації, а також для співпраці та соціальної взаємодії. Застосування теорії Колберга сприяє навчанню учнів етиці онлайн-спілкування, формуванню навичок конструктивної співпраці у цифровому середовищі та розумінню соціальної відповідальності під час роботи з інформаційними ресурсами також сприяє формуванню вмінь самостійно оцінювати інформаційні ресурси з точки зору їх етичної й соціальної відповідності, критично мислити та етичної відповідальності під час роботи з цифровими технологіями в умовах змішаного навчання та допомагає формувати відповідальних і соціально свідомих учнів. Це важливо для формування комунікативних навичок у змішаному навчанні, де велике значення має робота в групах і дотримання правил цифрового етикету.

Висновки. З. Слєпкань (2004) зазначила, що розвиток слідує за навчанням, однак, не будь яке навчання спричиняє розвиток кожного учня. Щоб навчання сприяло розвитку, необхідно ретельно відбирати зміст навчального матеріалу, методів і прийомів, організаційних форм і засобів навчання, які повинні бути спрямовані на досягнення поставленої мети. Таким чином, для ефективного формування інформаційно-комунікаційної компетентності в умовах змішаного навчання необхідно враховувати когнітивні, соціальні та емоційні чинники, що дозволяє створити навчальне середовище, в якому учні можуть не лише здобувати знання, але й розвивати свої інформаційні та комунікативні навички, необхідні для сучасного інформаційного суспільства.

Список використаних джерел

Биков, В. Ю., & Пінчук, О. П. (Ред.). (2019). Цифрова трансформація відкритих освітніх середовищ: колективна монографія. Київ: ФОП Ямчинський О. В.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Білоус, О. В., Гриценчук, О. О., Іванюк, І. В., Кравчина, О. Є., Лещенко, М. П., Малицька, І. Д., Морзе, Н. В., Овчарук, О. В., Рождественська, Д. Б., Сороко, Н. В., Тимчук, Л. І., Ткаченко, В. А., Шиненко, М. А., & Яцишин, А. В. (2014). Формування інформаційно-комунікаційних компетентностей у контексті євроінтеграційних процесів створення інформаційного освітнього простору (В. Ю. Биков & О. В. Овчарук, Ред.). НАПН України, Інститут інформаційних технологій і засобів навчання. Атіка.

Зайцева Н. В., Симоненко, С. В., & Супрун, О. М. (2021). Психолого-педагогічні особливості дистанційної та змішаної форм навчання у закладах вищої освіти. Педагогічний вісник, (4), 10-14. Отримано з http://elar.tsatu.edu.ua/bitstream/123456789/16154/1/Zaitseva_Ped._visnyk_2021.pdf

Кабінет Міністрів України. (2020). Державний стандарт базової середньої освіти. Затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. № 898. Отримано з https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF#Text

Лук'янова, Л. Б., & Годлевська, К. В. (2024). Теоретико-методологічний (контекстний) аналіз змішаного навчання та перспективи його впровадження у сучасній освітній практиці. Сучасні інформаційні технології в освіті, 13(198). Отримано з https://vspu.net/sit/index.php/sit/issue/view/198/198

Максименко, С., Деркач, Л., Кіричевська, Е., & Касинець, М. (2022). Психологія когнітивних процесів: науковий посібник. Київ: Видавництво Людмила. Отримано з https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/733528/1/3Психологія%20когнітивних%20%20процесів%20%281%29.pdf

Матохнюк, Л. О. (2019). Психологія інформаційної компетентності особистості (ґенеза онтологічного розвитку). Дисертація доктора психологічних наук, Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського». Отримано з http://dspace.pdpu.edu.ua/handle/123456789/4150

Матяш, О., Михайленко, Л., & Воєвода, А. (2022). Актуальні аспекти міжнародних досліджень використання інформаційних технологій навчання в галузі математичної освіти. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems, 81–90. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2021-60-81-90

Матяш, О., Коваль, О., & Михайленко, Л. (2022). Формування в учнів інтересу до математичних задач та їх розв'язування. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems, 103–113. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2022-65-103-113

Михайленко, Л., & Андрієвська, М. (2024). Особливості формування інформаційно-комунікаційної компетентності учнів на уроках математики. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems, (70), 188–198. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2023-70-188-198

Підчасов, Є., Овчар, Н., Лазарєва, Т., Чепелєва, Н., & Вишняк, М. (2022). Психолого-педагогічні особливості навчання здобувачів вишів з використанням інтерактивної дошки. https://doi.org/10.52058/2786-4952-2022-2(7)-531-541

Повірити в дитину – як допомагає в навчанні теорія множинного інтелекту. (б.д.). Нова українська школа | Веб-ресурс НУШ. https://nus.org.ua/articles/poviryty-v-dytynu-yak-dopomagaye-v-navchanni-teoriya-mnozhynnogo-intelektu/

Резнік, Т. (2023). Психолого-педагогічні засади організації індивідуальних занять з української мови для старшокласників ліцею в умовах змішаного навчання. Věda a perspektivy, (7(26)). https://doi.org/10.52058/2695-1592-2023-7(26)-103-112

Слєпкань З. І. (2004). Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль: Підручники і посібники.

Столяренко, О. Б. (2012). Психологія особистості: Навчальний посібник. Київ: Центр учбової літератури.

Український психологічний хаб, (б. д.). | Психолог. https://www.psykholoh.com/post/когнітивний-розвиток-це

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Шроль, Т. С. (2016). Змішане навчання як нова форма організації ІКТ-освіти. Наукові записки РДГУ, 13(56), Частина І, 167-170.

Cai, C., & Feng, H. (2024). Handbook of Educational Reform Through Blended Learning, edited by Ming Li, Xibin Han, and Jiangang Cheng, Singapore, Springer, 2024, 418 pp., eBook, ISBN: 978-981-99-6269-3. Asia Pacific Journal of Education, 1–4. https://doi.org/10.1080/02188791.2024.2339554

Krieglstein, F., Beege, M., Rey, G. D., Ginns, P., Krell, M., & Schneider, S. (2022). A systematic meta-analysis of the reliability and validity of subjective cognitive load questionnaires in experimental multimedia learning research. Educational Psychology Review. https://doi.org/10.1007/s10648-022-09683-4

Marín, V. I., & Castañeda, L. (2023). Developing digital literacy for teaching and learning. In Zawacki-Richter, O., & Jung, I. (Eds.), Handbook of Open, Distance and Digital Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-19-2080-6_64

Sweller, J. (2016). Working memory, long-term memory, and instructional design. Journal of Applied Research in Memory and Cognition, 5(4), 360–367. https://doi.org/10.1016/j.jarmac.2015.12.002

Skulmowski, A., & Xu, K. M. (2022). Understanding cognitive load in digital and online learning: A new perspective on extraneous cognitive load. Educational Psychology Review, 34, 171–196. https://doi.org/10.1007/s10648-021-09624-7

Liu, M., Zhao, G., Zhong, Z., & Ma, J. (2024). Theoretical foundations for blended learning. In Li, M., Han, X., & Cheng, J. (Eds.), Handbook of Educational Reform Through Blended Learning. Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-99-6269-3_1

References

Bykov, V. Yu., & Pinchuk, O. P. (Red.). (2019). Tsyfrova transformatsiia vidkrytykh osvitnikh seredovyshch: kolektyvna monohrafiia. Kyiv: FOP Yamchynskyi O. V. [In Ukrainian].

Bilous, O. V., Hrytsenchuk, O. O., Ivaniuk, I. V., Kravchyna, O. Ye., Leshchenko, M. P., Malytska, I. D., Morze, N. V., Ovcharuk, O. V., Rozhdestvenska, D. B., Soroko, N. V., Tymchuk, L. I., Tkachenko, V. A., Shynenko, M. A., & Yatsyshyn, A. V. (2014). Formuvannia informatsiino-komunikatsiinykh kompetentnostei u konteksti yevrointehratsiinykh protsesiv stvorennia informatsiinoho osvitnoho prostoru (V. Yu. Bykov & O. V. Ovcharuk, Red.). NAPN Ukrainy, Instytut informatsiinykh tekhnolohii i zasobiv navchannia. Atika. [In Ukrainian].

Zaitseva, N. V., Symonenko, S. V., & Suprun, O. M. (2021). Psychological and pedagogical features of distance and blended learning in higher education institutions. Pedahohichnyi visnyk [Pedagogical Bulletin], (4), 10-14. Retrieved from http://elar.tsatu.edu.ua/bitstream/123456789/16154/1/Zaitseva_Ped._visnyk_2021.pdf [In Ukrainian].

Kabinet Ministriv Ukrainy. (2020). State standard of basic secondary education. Approved by the Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine dated September 30, 2020, No. 898. Retrieved from https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF#Text [In Ukrainian].

Lukianova, L. B., & Godlevska, K. V. (2024). Theoretical and methodological (contextual) analysis of blended learning and the prospects of its implementation in modern educational practice. Suchasni informatsiini tekhnolohii v osviti [Modern Information Technologies in Education], 13(198). Retrieved from https://vspu.net/sit/index.php/sit/issue/view/198/198 [In Ukrainian].

Maksymenko, S., Derkach, L., Kirychevska, E., & Kasynets, M. (2022). Psykholohiia kohnityvnykh protsesiv: naukovyi posibnyk [Psychology of cognitive processes: scientific manual]. Kyiv: Vydavnytstvo Liudmyla. Retrieved from https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/733528/1/3Психологія%20когнітивних%20%20процесів%20%281%29.pdf [In Ukrainian].

Matokhniuk, L. O. (2019). Psykholohiia informatsiinoi kompetentnosti osobystosti (heneza ontolohichnoho rozvytku) [Psychology of personality's information competence (genesis of ontological development)] (Doctoral dissertation, South Ukrainian National Pedagogical University named after K. D. Ushynsky). Retrieved from http://dspace.pdpu.edu.ua/handle/123456789/4150 [In Ukrainian].

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Matiash, O., Mykhailenko, L., & Voievoda, A. (2022). Aktualni aspekty mizhnarodnykh doslidzhen vykorystannia informatsiinykh tekhnolohii navchannia v haluzi matematychnoi osvity. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems, 81–90. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2021-60-81-90 [In Ukrainian].

Matiash, O., Koval, O., & Mykhailenko, L. (2022). Formuvannia v uchniv interesu do matematychnykh zadach ta yikh rozviazuvannia. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems, 103–113. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2022-65-103-113 [In Ukrainian].

Mykhailenko, L., & Andriievska, M. (2024). Osoblyvosti formuvannia informatsiino-komunikatsiinoikompetentnosti uchniv na urokakh matematyky. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems, (70), 188–198. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2023-70-188-198 [In Ukrainian].

Pidchasov, Ye., Ovchar, N., Lazareva, T., Chepeleva, N., & Vysnyak, M. (2022). Psychological and pedagogical features of students' learning in higher education institutions using an interactive whiteboard. https://doi.org/10.52058/2786-4952-2022-2(7)-531-541 [In Ukrainian].

Poviryty v dytynu – yak dopomahaie v navchanni teoriia mnozhynnoho intelektu. (b.d.). Nova ukrainska shkola | Veb-resurs NUSh. https://nus.org.ua/articles/poviryty-v-dytynu-yak-dopomagaye-v-navchanni-teoriya-mnozhynnogo-intelektu/ [Ukrainian].

Reznik, T. (2023). Psykholoho-pedahohichni ZASADY orhanizatsii indyvidualnykh zaniat Z UKRAINSKOI MOVY dlia starshoklasnykiv litseiu V umovakh zmishanoho navchannia. Věda a perspektivy, (7(26)). https://doi.org/10.52058/2695-1592-2023-7(26)-103-112 [In Ukrainian].

Slepkany, Z. I. (2004). Psykholohichni ta metodychni osnovy rozvytkovogo navchannia matematyky [Psychological and methodological foundations of developmental mathematics education]. Ternopil: Pidruchnyky i posibnyky. [Ukrainian].

Stoliarenko, O. B. (2012). Psykholohiia osobystosti: Navchalnyi posibnyk [Psychology of personality: A textbook]. Kyiv: Tsentr uchbovoi literatury [In Ukrainian].

Ukrainskyi psykholohichnyi khab (b.d.). | Psykholoh. https://www.psykholoh.com/post/kohnityvnyi-rozvytok-tse [In Ukrainian].

Shrol, T. S. (2016). Blended learning as a new form of organizing ICT education. Naukovi zapysky RDHU [Scientific notes of RDGU], 13(56), Part I, 167-170 [In Ukrainian].

Cai, C., & Feng, H. (2024). Handbook of Educational Reform Through Blended Learning, edited by Ming Li, Xibin Han, and Jiangang Cheng, Singapore, Springer, 2024, 418 pp., eBook, ISBN: 978-981-99-6269-3. Asia Pacific Journal of Education, 1–4. https://doi.org/10.1080/02188791.2024.2339554

Krieglstein, F., Beege, M., Rey, G. D., Ginns, P., Krell, M., & Schneider, S. (2022). A systematic meta-analysis of the reliability and validity of subjective cognitive load questionnaires in experimental multimedia learning research. Educational Psychology Review. https://doi.org/10.1007/s10648-022-09683-4

Marín, V. I., & Castañeda, L. (2023). Developing digital literacy for teaching and learning. In Zawacki-Richter, O., & Jung, I. (Eds.), Handbook of Open, Distance and Digital Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-19-2080-6_64

Sweller, J. (2016). Working memory, long-term memory, and instructional design. Journal of Applied Research in Memory and Cognition, 5(4), 360–367. https://doi.org/10.1016/j.jarmac.2015.12.002

Skulmowski, A., & Xu, K. M. (2022). Understanding cognitive load in digital and online learning: A new perspective on extraneous cognitive load. Educational Psychology Review, 34, 171–196. https://doi.org/10.1007/s10648-021-09624-7

Liu, M., Zhao, G., Zhong, Z., & Ma, J. (2024). Theoretical foundations for blended learning. In Li, M., Han, X., & Cheng, J. (Eds.), Handbook of Educational Reform Through Blended Learning. Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-99-6269-3_1

© 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 373.5.026:514(100)
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-70-81

Теорія і практика формувального оцінювання на уроках геометрії: огляд закордонних публікацій

Діана Тютюнник

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.
E-mail: diana.tiutiunnyk@vspu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0009-0001-2723-0960

Анотація

У сучасній освіті важливу роль відводять формувальному оцінюванню. Формувальне оцінювання – це оцінювання, яке проводиться протягом усього процесу навчання. Тому вчителі повинні відігравати важливу роль в оволодінні відповідними підходами до проведення формувального оцінювання. Згідно з попередніми дослідженнями, деякі вчителі не здатні зрозуміти роль формувального оцінювання у навчанні, що заважає їм ефективно використовувати його в класі. Через цю проблему багато дослідників проводили дослідження, пов'язані з практикою формувального оцінювання в школах.

У статті розглядається проблема формувального оцінювання, яка стає все більш актуальною у світовій і українській педагогічній практиці, зокрема у контексті навчання геометрії. Формувальне оцінювання, що отримало розвиток у другій половині ХХ століття, передбачає не лише перевірку знань, а й надання конструктивного зворотного зв'язку, спрямованого на коригування навчального процесу. У статті аналізуються результати закордонних досліджень, які показують позитивний вплив формувального оцінювання на успішність учнів, розвиток критичного мислення, мотивацію та самостійність. Акцентується увага на необхідності інтеграції цього підходу у викладання математики в Україні, враховуючи зарубіжний досвід. Особлива увага приділяється психологічним аспектам впровадження оцінювання та використанню нових технологій для підвищення ефективності навчання. Формувальне оцінювання розглядається як інструмент, що адаптується до індивідуальних потреб учнів, стимулює саморегуляцію та сприяє глибшому розумінню геометричних концепцій.

Ключові слова: зворотній зв’язок, мотивація учнів, навчальні досягнення учнів з математики, формувальне оцінювання, оцінювання для навчання, саморегульоване оцінювання.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC 373.5.026:514(100)
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-70-81

Theory and practice of formative assessment in geometry lessons: a review of foreign publications

Diana Tiutiunnyk

Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.
E-mail: diana.tiutiunnyk@vspu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0009-0001-2723-0960

Abstract

Formative assessment plays an important role in modern education. Formative assessment is an assessment that takes place throughout the learning process. Therefore, teachers have an important role to play in mastering appropriate approaches to formative assessment. According to previous research, some teachers are unable to understand the role of formative assessment in learning, which prevents them from using it effectively in the classroom. Because of this problem, many researchers have conducted studies related to the practice of formative assessment in schools.

The article discusses the problem of formative assessment, which is becoming increasingly relevant in the world and Ukrainian pedagogical practice, in particular in the context of teaching geometry. Formative assessment, which was developed in the second half of the twentieth century, involves not only testing knowledge, but also providing constructive feedback aimed at adjusting the learning process. The article analyses the results of foreign studies that show the positive impact of formative assessment on students' academic performance, development of critical thinking, motivation and independence. The article emphasises the need to integrate this approach into mathematics teaching in Ukraine, taking into account foreign experience. Particular attention is paid to the psychological aspects of implementing assessment and the use of new technologies to improve learning.

Formative assessment is seen as a tool that adapts to the individual needs of students, stimulates self-regulation, and promotes a deeper understanding of geometric concepts.

Keywords: feedback, student motivation, student achievement in mathematics, formative assessment, assessment for learning, self-regulated assessment.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Постановка проблеми. Останнє десятиліття підтвердило значний негативний вплив традиційних тестувань на учнів, але проблеми не обмежуються лише тестами. Процес виставлення оцінок також має серйозні наслідки. Коли учні отримують оцінки, перше, що вони роблять — порівнюють їх з результатами інших. Як наслідок, значна частина учнів приходить до висновку, що вони гірші за своїх однокласників. Це явище отримало назву «его-відгук» — тип зворотного зв'язку, який заважає ефективному навчанню (Boaler, 1998). Постійне оцінювання призводить до того, що учні починають ідентифікувати себе через оцінки, сприймаючи їх не як показник свого прогресу, а як відображення своєї цінності як особистості.

У 1993 році Рей МакДермотт (McDermott, 1993) опублікував статтю, де описав, як дитина потрапляє в пастку навчальної неспроможності, коли її визначають лише через відмінності в мисленні та діях. Аналогічний процес можна спостерігати в сучасній системі оцінювання, де учні оцінюються лише через призму їхніх оцінок і результатів тестів. Учні називають себе «відмінниками» або «двійочниками» тому, що зростали в культурі, яка зосереджена на тестах і оцінках, а не на таких якостях, як наполегливість, креативність чи здатність вирішувати проблеми. Традиційні методи оцінювання, що існували десятиліттями, були розроблені в епоху, коли вважалося, що оцінки та тести мотивуватимуть учнів і надаватимуть корисну інформацію про їх досягнення (Kohn, 2011). Проте сучасні дослідження свідчать про протилежне.

Відповідно до ст. 17 Закону України «Про повну загальну середню освіту» (http://surl.li/zoubyn) основними видами оцінювання результатів навчання учнів є формувальне, поточне, підсумкове (тематичне, семестрове, річне) оцінювання, державна підсумкова атестація, зовнішнє незалежне оцінювання.

Розширення набору видів оцінювання пов'язане з переорієнтацією фокуса оцінювальної діяльності в освітньому процесі з предмета навчання (коли акцент робився на викладанні й засвоєнні) на діяльність суб'єктів навчання - учнів (умотивована діяльність, спрямована на оволодіння знаннями, які набувають особистісного характеру). Такі зміни пов'язані передусім із компетентнісною парадигмою освіти.

Аналіз джерел та останніх досліджень. Упродовж десятиліть дослідники дійшли висновку, що формувальне оцінювання може підвищити мотивацію учнів та їх впевненість, а також покращити успішність (Beesley, A., Clark, T., Dempsey, K. & Tweed, A., 2018; Black, P. & William, D., 1998; Bloom, B.,1968), причому Black P. та William D. дійшли висновку, що це стосується учнів різного віку і з різних шкільних предметів.

Кілька мета-аналізів закликали до проведення більш якісних досліджень для визначення точного впливу формувального оцінювання на успішність, ставлення та мотивацію (Briggs, D., Ruiz-Primo, M., Furtak, E., Shepard, L., Yin, Y., 2012). Зокрема Kingston та Nash (2011) зазначають про низку проблем у впровадженні формувального оцінювання, включаючи брак

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

чіткого методичного підходу та обмежену кількість емпіричних доказів з окремих предметів, таких як математика та геометрія. Однією з проблем є різні інтерпретації терміна «формувальне оцінювання» і непослідовність у методах його використання в дослідженнях. Як зазначає українська дослідниця О. Локшина (2009), світова педагогічна спільнота загалом поділяє думку, що «формувальне оцінювання розуміється як інтерактивне оцінювання навчальних досягнень учнів, яке дає змогу вчителям визначити потреби учнів і відповідно до них адаптувати навчальний процес». Цей тип оцінювання називається формувальним тому, що він допомагає формувати освітнє середовище з урахуванням освітніх потреб кожного учня.

У звіті Організації економічного співробітництва та розвитку (OECP) за 2005 рік зазначається, що «формувальне оцінювання – хоча і не є «срібною кулею», яка може вирішити всі освітні проблеми, але є потужним засобом для досягнення цілей, спрямованих на високу продуктивність, високу справедливість результатів навчання учнів, а також для надання учням знань і навичок для навчання впродовж усього життя» (OECD, 2005).

Колектив авторів Torulf Palm, Catarina Andersson, Erika Boström and Charlotta Vingsle (2017) провели огляд літератури та існуючих досліджень з теми формувального оцінювання та його впливу на математичні досягнення учнів. Дослідники здійснили аналіз статей наукових журналів, опублікованих у період з 2005 по 2014 рік та індексованих у Web of Science. Завдяки використанню таких пошукових термінів, як «формувальне оцінювання», «оцінювання для навчання» та «саморегульоване навчання», до огляду було включено різні підходи до формувального оцінювання (регулярний збір інформації учителем про досягнення учнів; зворотній зв'язок вчителя; самооцінювання; роль учнів у практиці формувального оцінювання; взаємонавчання) .

Більшість існуючих досліджень доходять висновку, що формувальне оцінювання може принести користь як учням, так і вчителям. Наприклад, R. Lane, R. Parrila, M. Bower та I. Skrebneva у 2019 проаналізували наукові дослідження про формувальне оцінювання за 50 років (від 1960-х до середини 2000-х рр.) і виявили, що більшість з них стверджують, що формувальне оцінювання покращує ефективність навчання в класі та якість освіти, сприяє розвитку критичного мислення та підвищує мотивацію до навчання.

Включення технологій формувального оцінювання в навчання математики дають змогу отримати більше інформації про учнів та створити атмосферу співробітництва (Cisterna, D., Gotwals, A.,2018).

У 2002 р. були опубліковані результати роботи групи британських вчених, де обґрунтовано *десять принципів формувального оцінювання* (http://surl.li/lyypzs):

1) враховуватися при плануванні уроків (планування має включати стратегії, які гарантують, що учні розуміють цілі, які вони переслідують, і критерії, які будуть застосовані при оцінюванні їхньої роботи);

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

2) фокусуватися на тому, як учні вчаться;

3) розглядатись як центральний компонент навчального процесу;

4) розглядатись як ключове професійне вміння вчителя;

5) бути конструктивним та гнучким, оскільки будь-яке оцінювання справляє серйозний емоційний вплив на учня;

6) мотивувати учня;

7) забезпечувати реалізацію навчальних цілей;

8) надавати учням можливість отримувати конструктивну допомогу з боку вчителя для покращання навчальних результатів;

9) розвивати навички учня здійснювати самооцінювання, що забезпечить самоуправління його власним процесом навчання;

10) вимірювати навчальні досягнення всіх учнів.

Ці принципи мали реалізовувати у своїй практиці вчителі британських закладів освіти. Згодом вони набули поширення і в інших країнах.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Обмін науково обґрунтованою інформацією є найкращим способом допомогти вчителям математики приймати свідомі рішення щодо впровадження формувального оцінювання на уроках математики. Загальновідомо, що досвід впровадження формувального оцінювання в окремих країнах світу є значно більшим, ніж в Україні, й активно нині висвітлюється в закордонних публікаціях.

Українська дослідниця в галузі методики навчання математики Любов Михайленко (Михайленко, 2022) у своїй статті «Сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики» проаналізувала закордонний досвід впровадження формувального оцінювання навчальних досягнень учнів Великобританії, країн Євросоюзу та США. На основі опрацьованої літератури дослідниця запропонувала рекомендації для вчителя математики щодо ефективної підготовки до уроку з прийомами формувального оцінювання (розвиток математичної мови учнів через комунікативну діяльність, розвиток знань, що вже сформовані в учнів, забезпечення зв'язків між різними поняттями, уявленнями, створення проблемних ситуацій для організації дискусій, обговорення типових помилок, реалізацію внутрішньо предметних та міжпредметних зв'язків, рефлексія як діяльності учнів так і власної діяльності).

Оскільки кількість закордонних досліджень є значною, то увагу зосередимо на огляді публікацій щодо окремих психологічних аспектів впровадження формувального оцінювання у навчанні геометрії та математики в цілому.

Метою статті є огляд закордонних досліджень з питань теорії та практики формувального оцінювання на уроках геометрії, виявлення його ключових переваг та викликів.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Виклад основного матеріалу. Багато наукових досліджень показують, що звичайне оцінювання знижує мотивацію та академічні досягнення учнів. У дослідженні Elawar і Corno (1985), в якому вивчався вплив зворотного зв’язку на учнів шостого класу, половина учнів отримувала оцінки за виконання домашніх завдань з математики, а інша половина — лише діагностичні коментарі без виставлення оцінок. Результати показали, що група без оцінок досягла кращих результатів. Інше дослідження Ruth Butler (1987) вивчало три групи учнів: одна отримувала лише оцінки, інша — оцінки разом із коментарями, а третя — виключно коментарі. Цікаво, що учні, які отримували оцінки та коментарі, показали такі ж низькі результати, як і ті, хто отримував лише оцінки. Найкращі ж показники демонструвала група, яка отримувала лише діагностичний зворотний зв’язок. Це свідчить про те, що увага учнів переважно зосереджувалася на оцінках, ігноруючи змістовні коментарі, що могли б допомогти їм покращити свої результати.

Відмова від оцінок на користь діагностичних коментарів — це важливий крок, який дозволяє вчителям надавати учням неоціненний дар — свої знання та підказки щодо шляхів вдосконалення. Добре структуровані завдання та коментарі дають учням чітке розуміння того, як вони можуть досягти вищих результатів, допомагаючи їм усвідомити власний потенціал і зрозуміти шляхи його реалізації.

Формувальне оцінювання не є новим поняттям (запропоновано Michael Scriven (1963) у праці «Методологія оцінювання», остаточне розуміння цього поняття утвердилось у 1971 р. з виходом у світ праці Б. Блума, Т. Хастінга і Дж. Мадауса «Посібник з формувального та підсумкового оцінювання навчання учнів»). Теоретичних праць щодо запровадження формувального оцінювання у школі є досить багато, причому більшість з них розвивають теоретичні засади формувального оцінювання розроблені вченими Paul Black та Dylan Wiliam (1998), які опублікували понад 580 праць у цьому напрямі.

Їхня знакова стаття «Inside the Black Box» (1998) описує основні принципи формувального оцінювання та його вплив на навчання учнів. Хоча робота дослідників не обмежується геометрією, вона суттєво вплинула на те, як формувальне оцінювання застосовується в різних дисциплінах, включаючи математику та геометрію.

Вільям і Блек показали, що формувальне оцінювання значно покращує результати учнів за умови правильного впровадження. Дослідники підкреслили важливість своєчасного, конструктивного зворотного зв’язку, взаємоперевірки та самоперевірки навчання і використання відкритих завдань. Зворотний зв'язок має бути розроблений індивідуально для учнів, причому, у письмовій формі та має стосуватися конкретних якостей роботи учня, з порадами, що учень може зробити, щоб покращити її, і уникати порівнянь з іншими учнями. Дослідження показало, що учні, які отримують формувальний зворотний зв'язок, схильні до глибшого розуміння математичних понять, зокрема у геометрії.

Дидактика математики: теорія, досвід, інновації, 2024, № 2, 70-81.
© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Професор Джон Гетті відомий своїм дослідженням «Visible Learning», у якому він синтезує понад 800 мета-аналізів, які охопили більше ніж 250 мільйонів учнів по всьому світу. Він оцінював різні освітні фактори за їхнім впливом на навчання, і це допомогло виявити, які методи є найбільш ефективними. Що стосується оцінювання на уроках математики, Гетті підкреслює важливість формувального оцінювання і що воно повинне бути невід'ємною частиною процесу навчання, а не просто підсумком після його завершення.

Британський дослідник David Tall зробив значний внесок у розуміння математичної освіти, зокрема через свої дослідження в галузі когнітивної психології та навчання математики. Він відомий своїми теоретичними підходами до навчання абстрактних математичних понять, зокрема, через вивчення когнітивних процесів, що відбуваються під час засвоєння понять учнями. Талл є автором та співавтором багатьох досліджень, присвячених формувальному оцінюванню в процесі навчання математики. В його розумінні, оцінювання полягає в тому, щоб використовувати оцінювання не лише для підсумкових результатів (як у випадку з традиційними іспитами), а й для поточного вимірювання розуміння учнями матеріалу під час процесу навчання. Однією з важливих тем в роботах Талла є дослідження так званих когнітивних перешкод (cognitive obstacles), коли учні стикаються з труднощами у переході від інтуїтивного до формального розуміння математичних концепцій. Формувальне оцінювання дозволяє виявляти ці перешкоди та допомагати учням їх подолати. Математик також підкреслював, що в процесі формувального оцінювання важливо враховувати індивідуальні відмінності учнів у сприйнятті математичних концепцій. Він наголошував на необхідності інтерактивної та адаптивної роботи вчителя, яка базується на реальному рівні розуміння кожного учня.

Г'ю Беркгардт (Hugh Burkhardt) і Малкольм Свон (Malcolm Swan) зробили значний внесок у розвиток математичної освіти та оцінювання завдяки своїй роботі в Mathematics Assessment Project (MAP) (https://www.map.mathshell.org). Вони працювали в рамках групи дослідників Центру математичної освіти Ноттінгемського університету, яка зосередилася на створенні матеріалів для оцінювання і навчання, що допомагають учням розвивати глибше розуміння математики, а також на підвищенні якості формувального та підсумкового оцінювання. Однією з головних задач MAP було інтегрувати формувальне оцінювання у процес навчання, щоб допомогти вчителям краще розуміти слабкі місця учнів і відповідно коригувати свою роботу. У геометрії такі завдання часто включають візуалізацію та міркування щодо форм, перетворень і доведень. Робота Свона показує, що завдання формувального оцінювання можуть використовуватися для оцінки здатності учнів міркувати геометрично, перевіряти гіпотези і вирішувати проблеми. Його завдання часто відкриті, що дає вчителям уявлення про мислення і можливі помилкові уявлення учнів у геометрії.

На основі опрацьованої літератури, як узагальнення, науковці виділяють такі підходи щодо формувального оцінювання на уроках геометрії:

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

- індивідуальний зворотний зв’язок (наголошують на важливості надання своєчасного, чіткого та конструктивного зворотного зв'язку, що дозволяє учням коригувати свої помилки та вдосконалювати розуміння математичних концепцій. Наприклад, в геометрії вчителі можуть вказувати на помилки в розв’язуванні задач щодо теорем або побудов геометричних фігур, пропонуючи учням альтернативні підходи для вирішення проблем) (Lane, R., Parrila, R., Bower, M., Skrebneva, I., 2019)

- регулярне оцінювання та використання інтерактивних технологій для моніторингу навчальних досягнень учнів (важливим аспектом є інтеграція цифрових інструментів та технологій, що дозволяють швидко отримувати дані про досягнення учнів);

- самооцінювання та взаємооцінювання (дослідження Andrade & Brookhart (2020) зосереджене на тому, як формувальне оцінювання сприяє розвитку саморегуляції учнів. Вони пропонують використовувати самооцінку та планування наступних кроків у вивченні геометричних концепцій. Зокрема, учні можуть встановлювати власні цілі під час роботи над геометричними завданнями та слідкувати за своїм прогресом);

- диференціація завдань (як зазначають дослідження Clements & Sarama (2020), диференціація навчальних завдань у геометрії допомагає учням краще засвоювати різні рівні складності матеріалу. Формувальне оцінювання тут виступає як інструмент виявлення індивідуальних потреб учнів і надання можливості саморефлексії через обговорення помилок; вчителі можуть надавати персоналізовані завдання залежно від успішності учнів, що дозволить ефективніше працювати як з тими, хто потребує додаткової підтримки, так і з тими, хто демонструє високі результати);

- інтерактивні технології (у дослідженні Pellegrino & Quellmalz (2010) підкреслюється роль інтерактивних інструментів, таких як геометричні конструктори (наприклад, GeoGebra) та інші програмні забезпечення для формувального оцінювання. Вони не лише спрощують процес розв'язання задач, але й автоматично генерують зворотний зв’язок для учнів, дозволяючи їм в режимі реального часу аналізувати свої помилки);

- моделювання та проєктні завдання (Hattie & Timperley (2007) акцентують увагу на ефективності формувального оцінювання через моделювання та проєктні завдання в геометрії. Heritage (2010) підкреслює важливість формувального оцінювання в контексті навчання STEM (наука, технології, інженерія, математика). Вона досліджує, як застосування формувального оцінювання допомагає учням краще розуміти математичні та геометричні концепції. Уроки геометрії з елементами дослідницьких завдань стимулюють учнів знаходити нові підходи до розв’язання задач, отримуючи постійний зворотний зв’язок від учителя та однокласників).

У звіті Організації економічного співробітництва та розвитку зазначається, що «...вчителі, які використовують підходи та методи формувального оцінювання, краще підготовлені до задоволення різноманітних потреб учнів – через диференціацію та адаптацію

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

викладання для підвищення рівня успішності учнів і досягнення більшої рівності результатів навчання» (OECP, 2005).

Висновки. Формувальне оцінювання (формативне оцінювання) є важливим компонентом навчального процесу, що спрямоване на підвищення якості навчання через надання зворотного зв'язку в режимі реального часу. У геометрії, як частині шкільного курсу математики, формувальне оцінювання допомагає учням глибше зрозуміти ключові концепції, розвинути критичне мислення та застосовувати знання в практичних завданнях.

Огляд закордонних досліджень демонструє, що формувальне оцінювання в геометрії є не лише інструментом для перевірки знань, але й важливим компонентом інтерактивного навчання, що підвищує рівень самостійності та мотивації учнів. Ці дослідження показують, що формувальне оцінювання є ефективним інструментом, що дозволяє вчителям адаптувати процес навчання до індивідуальних потреб учнів, стимулювати їх критичне мислення та здатність до самостійного прийняття рішень.

Список використаних джерел

Andrade, H. L., & Brookhart, S. M. (2020). Classroom assessment as the co-regulation of learning. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 27(4), 350–372. https://doi.org/10.1080/0969594X.2019.1571992

Assessment for Learning: 10 principles. Research-based Principles to Guide Classroom Practice. Oxford: Assessment Reform Group, 2002. 3 p. https://www.storre.stir.ac.uk/bitstream/1893/32458/1/Assessment%20for%20learning%2010%20principles%202002.pdf

Beesley, A., Clark, T., Dempsey, K., Tweed, A. (2018). Enhancing formative assessment practice and encouraging middle school mathematics engagement and persistence. School Science and Mathematics, 118(1–2), 4–16. https://doi.org/10.1111/ssm.12255

Black, P., William, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 5(1), 7–74. https://doi.org/10.1080/0969595980050102

Black, P. J., & Wiliam, D. (1998b) Inside the black box: raising standards through classroom assessment. Article in Phi Delta Kappan, 139-148. http://edci770.pbworks.com/w/file/fetch/48124468/BlackWiliam_1998.pdf

Bloom, B. (1968). Learning for mastery. Evaluation Comment, 1(2), 1–12. http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED053419.pdf.

Bloom, B., Hastings, T., Madaus, G. (1971). Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York: McGraw-Hill, 923 p.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. Journal for research in mathematics education, 41-62.

Briggs, D., Ruiz-Primo, M., Furtak, E., Shepard, L., Yin, Y. (2012). Meta-analytic methodology and inferences about the efficacy of formative assessment. Educational Measurement: Issues and Practice, 31(4), 13–17. https://doi.org/10.1111/j.1745-3992.2012.00251.x

Butler, R. (1987). Task-involving and ego-involving properties of evaluation: Effects of different feedback conditions on motivational perceptions, interest and performance. Journal of Educational Psychology, 79, 474-482.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Cisterna, D., Gotwals, A. (2018). Enactment of ongoing formative assessment: Challenges and opportunities for professional development and practice. Journal of Science Teacher Education, 29(3), 200-222. https://doi.org/10.1080/1046560X.2018.1432227

Elawar, M. C., & Corno, L. (1985). A factorial experiment in teachers' written feedback on student home-work: Changing teacher behavior a little rather than a lot. Journal of Educational Psychology, 77(2), 162-173.

Hattie John & Helen Timperley (2007). The Power of Feedback. Review of Educational Research, Vol. 77, No. 1, 81-112. DOI: 10.3102/003465430298487 Retrieved from https://www.columbia.edu/~mvp19/ETF/Feedback.pdf

Hattie John (2012). Visible Learning for Teachers: Maximizing Impact on Learning. The Main Idea (current education book summaries) http://surl.li/cudpuk

Heritage, M. (2010). Formative Assessment: Making It Happen in the Classroom. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Kohn, A. (2011). The case against grades http://www.alfiekohn.org/article/case-grades/

Kingston, N., Nash, B. (2011). Formative assessment: A meta-analysis and a call for research. Educational Measurement: Issues and Practice, 30(4), 28–37. https://doi.org/10.1111/j.1745-3992.2011.00220.x

Lane, R., Parrila, R., Bower, M., Skrebneva, I. (2019). Formative Assessment Evidence and Practice: Literature Review. AITSL. Melbourne.

McDermott, R. (1993). Understanding practice: The acquisition of a child by a learning disability. Journal of Educational Psychology. https://courses.cs.washington.edu/courses/cse590w/06au/resources/mcdermott-93.pdf

OECD (2005). Formative assessment: improving learning in secondary classrooms. OECD Publishing. https://learningportal.iiep.unesco.org/en/library/formative-assessment-improving-learning-in-secondary-classrooms

Pellegrino, J. W., Quellmalz, E. S. (2010). Perspectives on the Integration of Technology and Assessment. Journal of Research on Technology in Education. Volume 43, Number 2, 119-134. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ907019.pdf

Scriven, M. (1963) "The methodology of evaluation" https://www.scribd.com/doc/283341599/Scriven-The-Methodology-of-Evaluation-1967

Torulf Palm, Catarina Andersson, Erika Boström & Charlotta Vingsle (2017). A review of the impact of formative assessment on student achievement in mathematics. Nordic Studies in Mathematics Education, 22 (3), 25–50. https://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/22_3_025050_palm.pdf

Закон України «Про повну загальну середню освіту» (2020). https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20#Text

Локшина О. (2009). Інновації в оцінюванні навчальних досягнень учнів у шкільній освіті країн Європейського союзу. Порівняльно-педагогічні студії. № 2. С. 107–113. DOI: https://doi.org/10.31499/2306-5532.2.2009.18073

Матяш О.І. (2012). Актуальні проблеми формування методичних компетенцій майбутніх учителів математики. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. №33.404-406.

Матяш О.І. (2013). Теоретико-методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії: Монографія / Вінниця: ТОВ «Нілан-ЛТД», 2013. - 450 с.

Матяш О.І., Тютюнник Д.О. (2019). Проблема визначення критеріїв та показників математичних компетентностей набутих учнями у процесі навчання геометрії. Физико-математическое образование, №2 (20). 89-93. DOI 10.31110/2413-1571-2019-020-2-014

Михайленко, Л. Ф. (2022а). Реалізація принципу наступності при впровадженні формувального оцінювання навчальних досягнень учнів з математики. Наступність у навчанні математики в умовах реформи загальної середньої освіти: реалії та перспективи, 89–90. http://dspace.pdpu.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/16606/3/Continuity%20in%20teaching%20mathematics.2022.pdf

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Михайленко, Л. Ф. (2022b). Сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики. Фізико-математична освіта, 37(5), 43–49. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-037-5-006

References

Andrade, H. L., & Brookhart, S. M. (2020). Classroom assessment as the co-regulation of learning. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 27(4), 350–372. https://doi.org/10.1080/0969594X.2019.1571992

Assessment for Learning: 10 principles. Research-based Principles to Guide Classroom Practice. Oxford: Assessment Reform Group, 2002. 3 p. https://www.storre.stir.ac.uk/bitstream/1893/32458/1/Assessment%20for%20learning%2010%20principles%202002.pdf

Beesley, A., Clark, T., Dempsey, K., Tweed, A. (2018). Enhancing formative assessment practice and encouraging middle school mathematics engagement and persistence. School Science and Mathematics, 118(1–2), 4–16. https://doi.org/10.1111/ssm.12255

Black, P., William, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 5(1), 7–74. https://doi.org/10.1080/0969595980050102

Black, P. J., & Wiliam, D. (1998b) Inside the black box: raising standards through classroom assessment. Article in Phi Delta Kappan, 139-148. http://edci770.pbworks.com/w/file/fetch/48124468/BlackWiliam_1998.pdf

Bloom, B. (1968). Learning for mastery. Evaluation Comment, 1(2), 1–12. http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED053419.pdf.

Bloom, B., Hastings, T., Madaus, G. (1971). Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York: McGraw-Hill, 923 p.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. Journal for research in mathematics education, 41-62.

Briggs, D., Ruiz-Primo, M., Furtak, E., Shepard, L., Yin, Y. (2012). Meta-analytic methodology and inferences about the efficacy of formative assessment. Educational Measurement: Issues and Practice, 31(4), 13–17. https://doi.org/10.1111/j.1745-3992.2012.00251.x

Butler, R. (1987). Task-involving and ego-involving properties of evaluation: Effects of different feedback conditions on motivational perceptions, interest and performance. Journal of Educational Psychology, 79, 474-482.

Cisterna, D., Gotwals, A. (2018). Enactment of ongoing formative assessment: Challenges and opportunities for professional development and practice. Journal of Science Teacher Education, 29(3), 200-222. https://doi.org/10.1080/1046560X.2018.1432227

Elawar, M. C., & Corno, L. (1985). A factorial experiment in teachers' written feedback on student home-work: Changing teacher behavior a little rather than a lot. Journal of Educational Psychology, 77(2), 162-173.

Hattie John & Helen Timperley (2007). The Power of Feedback. Review of Educational Research, Vol. 77, No. 1, 81-112. DOI: 10.3102/003465430298487 Retrieved from https://www.columbia.edu/~mvp19/ETF/Feedback.pdf

Hattie John (2012). Visible Learning for Teachers: Maximizing Impact on Learning. The Main Idea (current education book summaries) http://surl.li/cudpuk

Heritage, M. (2010). Formative Assessment: Making It Happen in the Classroom. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Kohn, A. (2011). The case against grades http://www.alfiekohn.org/article/case-grades/

Kingston, N., Nash, B. (2011). Formative assessment: A meta-analysis and a call for research. Educational Measurement: Issues and Practice, 30(4), 28–37. https://doi.org/10.1111/j.1745-3992.2011.00220.x

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Lane, R., Parrila, R., Bower, M., Skrebneva, I. (2019). Formative Assessment Evidence and Practice: Literature Review. AITSL. Melbourne.

McDermott, R. (1993). Understanding practice: The acquisition of a child by a learning disability. Journal of Educational Psychology. https://courses.cs.washington.edu/courses/cse590w/06au/resources/mcdermott-93.pdf

OECD (2005). Formative assessment: improving learning in secondary classrooms. OECD Publishing. https://learningportal.iiep.unesco.org/en/library/formative-assessment-improving-learning-in-secondary-classrooms

Pellegrino, J. W., Quellmalz, E. S. (2010). Perspectives on the Integration of Technology and Assessment. Journal of Research on Technology in Education. Volume 43, Number 2, 119-134. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ907019.pdf

Scriven, M. (1963) "The methodology of evaluation" https://www.scribd.com/doc/283341599/Scriven-The-Methodology-of-Evaluation-1967

Torulf Palm, Catarina Andersson, Erika Boström & Charlotta Vingsle (2017). A review of the impact of formative assessment on student achievement in mathematics. Nordic Studies in Mathematics Education, 22 (3), 25–50. https://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/22_3_025050_palm.pdf

Закон України «Про повну загальну середню освіту» [Law of Ukraine “On Complete General Secondary Education”], (2020). https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20#Text

Lokshyna, O. (2009). Innovatsii v otsiniuvanni navchalnykh dosiahnen uchniv u shkilnii osviti krain Yevropeiskoho soiuzu [Innovations in the assessment of student achievement in school education in the European Union]. Comparative Pedagogical Studies, 2, 107–113. https://doi.org/10.31499/2306-5532.2.2009.18073 [in Ukrainian]

Matiash, O. I. (2012). Aktualni problemy formuvannia metodychnykh kompetentsii maibutnikh uchyteliv matematyky [Actual Problems of Forming Methodological Competences of Future Mathematics Teachers]. Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metodyky navchannia v pidhotovtsi fakhivtsiv: Metodolohiia, teoriia, dosvid, problemy [Modern Information Technologies and Innovative Teaching Methods in the Training of Specialists: Methodology, Theory, Experience, Problems], (33), 404–406. [in Ukrainian]

Matiash, O. I. (2013). Teoretyko-metodychni zasady formuvannia metodychnoi kompetentnosti maibutnoho vchytelia matematyky do navchannia uchniv heometrii (Monograph) [Theoretical and Methodological Bases of Formation of Future Mathematics Teacher's Methodological Competence in Teaching Geometry to Pupils: A monograph]. Vinnytsia: TOV "Nilan-LTD". [in Ukrainian]

Matiash, O. I., & Tiutiunnyk, D. O. (2019). Problema vyznachennia kryteriiv ta pokaznykiv matematychnykh kompetentnostei nabutykh uchniv u protsesi navchannia heometrii [The problem of determining the criteria and indicators of mathematical competences acquired by students in the process of teaching geometry]. Fizyko-matematychne osvita [Physical and mathematical education], 2(20), 89–93. DOI 10.31110/2413-1571-2019-020-2-014 [in Ukrainian]

Mykhailenko, L. F. (2022a). Realizatsiia pryntsypu nastupnosti pry vprovadzhenni formuvalnoho otsiniuvannia navchalnykh dosiahnen uchniv z matematyky [Implementation of the principle of continuity in the implementation of formative assessment of students' learning achievements in mathematics]. In Nastupnist u navchanni matematyky v umovakh reformy zahalnoi serednoi osvity: Realii ta perspektyvy [Continuity in Mathematics Education in the Context of General Secondary Education Reform: Realities and Prospects] (pp. 89–90). http://dspace.pdpu.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/16606/3/Continuity%20in%20teaching%20mathematics.2022.pdf [in Ukrainian]

Mykhailenko, L. F. (2022b). Suchasni pidkhody do vprovadzhennia formuvalnoho otsiniuvannia na urokakh matematyky [Modern approaches to the implementation of formative assessment in mathematics lessons]. Fizyko-matematychna osvita [Physics and mathematics education], 37(5), 43–49. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-037-5-006 [in Ukrainian]

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 373.5.091.26:004]:51
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-82-94

Сучасні цифрові технології для реалізації формувального оцінювання на уроках математики

Іван Хутченко

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.
E-mail: chytor96@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0009-0002-9022-6996

Анотація

Стаття присвячена інтеграції сучасних цифрових технологій у процес формувального оцінювання на уроках математики, зокрема використанню платформи Desmos. З розвитком інформаційних технологій з'являються нові можливості для підвищення ефективності формувального оцінювання, особливо завдяки забезпеченню оперативного зворотного зв'язку та адаптації навчання до індивідуальних потреб учнів. Проте в Україні формувальне оцінювання досі часто розглядається як формальна практика, що обмежується одним або декількома базовими етапами. У статті розглянуто проблеми впровадження цифрових інструментів у навчальний процес і проаналізовано досвід використання Desmos для реалізації формувального оцінювання. Платформа надає вчителям можливість створювати інтерактивні завдання, які допомагають учням краще зрозуміти матеріал і відстежувати власний прогрес. Desmos також забезпечує візуалізацію абстрактних математичних концепцій, що сприяє глибшому розумінню матеріалу. Особлива увага приділяється важливості рефлексії та самоаналізу учнів, що дозволяє їм усвідомлювати свої успіхи та помилки. У статті підкреслюється, що використання Desmos сприяє активній участі учнів у навчальному процесі, допомагає організувати індивідуальний підхід до навчання та забезпечити ефективний зворотний зв'язок. У висновках наведено, що завдяки гнучкості та інтерактивним можливостям цього застосунку, вчителі можуть не лише організовувати й керувати навчальною діяльністю учнів, але й забезпечувати їхню активну участь та самостійне навчання. Також висновки стосуються необхідності подальших досліджень впливу платформи Desmos на академічні досягнення учнів у довгостроковій перспективі.

Ключові слова: формувальне оцінювання; цифрові технології; Desmos.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC 373.5.091.26:004]:51
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-82-94

Modern digital technologies for implementing formative assessment in mathematics lessons

Ivan Khutchenko

Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine
E-mail: chytor96@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0009-0002-9022-6996

Abstract

The article is dedicated to the integration of contemporary digital technologies into the process of formative assessment in mathematics lessons, specifically focusing on the use of the Desmos platform. With the advancement of information technologies, new opportunities have emerged to enhance the effectiveness of formative assessment, particularly through providing timely feedback and adapting instruction to meet the individual needs of students. However, in Ukraine formative assessment is still often considered as a formal practice limited to one or several basic stages. The article examines the problems of introducing digital tools into the educational process and analyzes the experience of using Desmos to implement formative assessment. The platform allows teachers to create interactive tasks that help students better understand the material and track their own progress. Desmos also provides visualization of abstract mathematical concepts, which supports a deeper understanding of the material. Special attention is given to the importance of reflection and self-analysis for students, enabling them to recognize their successes and mistakes. The article emphasizes that the use of Desmos promotes active student engagement in the learning process, helps organize individualized instruction, and provides effective feedback. The conclusions highlight that, due to the flexibility and interactive capabilities of this application, teachers can not only organize and manage student learning activities but also ensure their active participation and independent learning. Additionally, the conclusions address the need for further research into the impact of the Desmos platform on students' academic achievements in the long term.

Keywords: formative assessment; digital technologies; Desmos.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Постановка проблеми. Розвиток інформаційних технологій та цифровізація освітнього процесу відкривають нові можливості для вдосконалення процесу формувального оцінювання. Цифрові технології можуть значно покращити ефективність формувального оцінювання, забезпечити оперативний зворотний зв'язок та сприяти адаптації навчального процесу до індивідуальних потреб учнів. Однак, українські педагоги досить часто сприймають формувальне оцінювання як формалізовану практику, і практикують якийсь один із базових етапів формувального оцінювання. Відповідно до звіту ГО «Смарт освіта» («Нова українська школа в 5–6-х класах: виклики впровадження», 2024), у системі оцінювання НУШ, формувальне оцінювання залишається найпроблемнішим аспектом, який потребує посиленої уваги.

Тому є актуальною проблема методично виваженої інтеграції сучасних цифрових технологій у процес формувального оцінювання на уроках математики. Залишається відкритим питання застосування цифрових технологій та інструментів, способу їх впровадження у навчальний процес. Вирішення цієї проблеми дозволить підвищити рівень математичних знань учнів, покращити їхні навчальні досягнення та сприяти більш глибокому розумінню математичного матеріалу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання теорії та методики формувального оцінювання є предметом активного обговорення серед науково-педагогічної спільноти України. У методичній літературі немає єдиного підходу до розуміння поняття «формувальне оцінювання». Н. А. Тарасенкова суть формувального оцінювання подає як «систематичне самооцінювання учнем власного прогресу на основі інтерактивного формування потреби й готовності до самооцінювання» (Тарасенкова, 2023, с. 145). У методичних рекомендаціях (2023, с. 14) формувальне оцінювання розкривають як «постійний процес отримання й надання зворотного зв'язку учням/ученицям щодо успішності їхнього навчального поступу. Формувальне оцінювання передбачає використання різноманітних методів збору інформації: спостереження за процесом навчання, тестування, діагностувальні роботи, портфоліо та інше». В. Я. Забранський вважає основними ознаками формувального оцінювання є постійність, зворотний зв'язок, залученість учнів, гнучкість (Забранський, 2024). Погоджуємось із думкою О. О. Підгорної та Т. А. Береговської (2021) що «для успішного застосування формувального оцінювання навчальний процес має бути організований у такий спосіб, щоби спонукати кожного учня бути активним його учасником, а не пасивним «отримувачем» знань і оцінок. Має бути створена така атмосфера навчання, за якої учні не бояться «йти на ризик» – ставити запитання, робити помилки й показувати, чого вони ще не вміють або не знають».

Темі вивчення особливостей застосування технології формувального оцінювання присвячені праці багатьох вітчизняних науковців: Л. Ф. Михайленко – проаналізувала сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики (2022b),

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

описала реалізацію принципу наступності при впровадженні формувального оцінювання навчальних досягнень учнів з математики (2022а); Л. Д. Зеленська (2022) – висвітлила суть, особливості й техніки організації формувального оцінювання учнів базової школи; Г. Р. Генсерук та С. В. Мартинюк (2020) – здійснили аналіз цифрових технологій формувального оцінювання; М. І. Гром'як та І. І. Квасняк (2022) – продемонстрували техніки формувального оцінювання, які ефективно використовувати на уроках математики та алгоритм діяльності вчителя щодо організації формувального оцінювання.

Н. В. Морзе (2013), А. М. Гуржій і В. В. Лапінський (2010), О. М. Спірін (2010), А. Бейлор (A. Baylor) і Д. Річі (D. Ritchie) (2002) досліджували вплив використання цифрових технологій в освітньому процесі на результати навчання учнів з математики. Дослідники з Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського описали закордонний досвід використання цифрових навчальних платформ, здійснили аналіз їх впливу на організацію та якість навчання математики в різних країнах (Матяш & Риндюк, 2023). О. І. Матяш та інші (2022) пояснюють необхідність формування інтересу учнів до математичної задачі та процесу її розв'язування й актуальність удосконалення методичної діяльності вчителів математики НУШ.

Професор математики з коледжу Хіллсдейл, США, Д. Мерфі (D. Murphy) (2016) обґрунтовує, що використання комп'ютерних технологій може підвищити залученість учнів та їх мотивацію до навчання, сприяти кращій взаємодії вчителя і учнів, підтримувати співпрацю учнів, допомагати учням відчувати себе комфортніше під час вивчення математики, а також дозволити глибше зрозуміти математичні концепції. Професор Університету Саймона Фрейзера, С. Чорней (S. Chorney) (2021) при дослідженні практичних переваг використання Desmos, зазначив, що цифрові технології на практиці можуть створити унікальні способи залучення учнів до математики й можуть надати вчителям можливість адаптувати викладання до потреб окремих учнів.

У статті Г. Алдона (G. Aldon) та М. Панеро (M. Panero) (2020) висвітлюється дидактичний потенціал формувального оцінювання у навчанні учнів математики. Також досліджуються стратегії формувального оцінювання, що можуть бути реалізовані як з точки зору вчителя, так і з точки зору учнів.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Найбільш популярними, серед вчителів математики, цифровими інструментами для реалізації формувального оцінювання є Google Форми; Mentimeter, Classtime, Quizlet, додатки для створення хмар слів (Кравченко, 2023, с. 171). Такий перелік підкреслює необхідність розширення спектру цифрових технологій, що дозволить ефективніше реалізовувати формувальне оцінювання та підвищувати якість навчання, особливо в математичній галузі, де існує досить широкий ряд онлайн платформ та додатків. Завданням нашого дослідження стало виокремлення сучасних цифрових технологій для реалізації формувального оцінювання на уроках математики.

Мета статті: проаналізувати досвід використання цифрових технологій у навчанні учнів математики для реалізації формувального оцінювання на уроках математики та

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

продемонструвати можливості застосунку Desmos для підготовки, організації та керування навчальною діяльністю учнів за основними етапами формувального оцінювання.

Виклад основного матеріалу. Формувальне оцінювання передбачає здійснення постійного моніторингу розуміння учнями навчального матеріалу та отримання зворотного зв'язку. Це дозволяє вчителям адаптувати свої методики навчання відповідно до індивідуальних потреб учнів.

Формувальне оцінювання є надзвичайно ефективним у підвищенні успішності учнів і збільшенні їхньої мотивації до навчання. Про це свідчать результати дослідження (2005), проведеного Центром досліджень освіти та інновацій (CERI) Організації економічного співробітництва та розвитку (OECD). Навчальні заклади, що практикують формувальне оцінювання, демонструють не лише загальний успіх учнів у навчанні, ще й відзначають значні покращення рівня знань та якості робіт у менш успішних здобувачів освіти.

Використання цифрових технологій для підтримки концепції формувального оцінювання, дозволяє вчителям:

- розміщувати завдання, проводити тестування і надавати зворотний зв’язок у реальному часі. Учні можуть виконувати завдання онлайн, а вчителі мають можливість відстежувати їх прогрес використовуючи відомі віртуальні освітні платформи, такі як Google Classroom, Microsoft Teams, Moodle, GeoGebra і Desmos;
- створювати інтерактивні тести та вікторини, надавати миттєвий зворотний зв’язок, що сприяє активному залученню учнів і допомагає вчителям швидко оцінювати розуміння навчального матеріалу, використовуючи інтерактивні тести та вікторини, що розміщені на платформах Kahoot!, Quizizz, Socrative, GeoGebra, Desmos та ін.;
- візуалізувати геометричні об'єкти та працювати з графіками використовуючи цифрові застосунки, такі як GeoGebra, Desmos та ін.;
- організовувати колективну роботу учнів над проектами і завданнями та оцінювати внесок кожного учня у групову роботу дозволяють хмарні сервіси для колективної роботи Google Docs, Sheets, Slides, Canva, Padlet, GeoGebra, Desmos та ін.

Велика кількість різноманітних цифрових інструментів дозволяє вчителеві обирати конкретний застосунок для окремого завдання, проте відбір кожного разу нового застосунку викликає певні незручності як у роботі вчителя так і учнів. Я. Тргалова (J. Trgalová) та М. Табач (M. Tabach) (2023) виокремили чотири цифрові освітні платформи для використання вчителем математики: Step, Desmos, Wims та Labomep. Автори зазначають, що платформа Step дозволяє вчителям інтегрувати формувальне оцінювання у свою практику, платформа Desmos слугує конструктором активностей на уроці математики, а застосунки Wims та Labomep створюють можливості для диференційованих стратегій навчання.

Серед українських учителів математики, найпопулярнішими цифровими застосунками для навчання учнів математики є Desmos та GeoGebra (доступні на українській мові). Обидва

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

застосунки дозволяють вчителеві готувати, організовувати, керувати основними етапами формувального оцінювання.

Вагомою перевагою платформи Desmos є наявність Desmos Classroom, місією якого є «допомогти кожному учневі вивчити математику та полюбити її» («Desmos Classroom Activities», 2021). Desmos Classroom дозволяє створювати завдання для учнів, проводити опитування та оцінювати роботи, забезпечуючи зворотний зв'язок у реальному часі в синхронному або асинхронному навчанні. На офіційному сайті у відкритому доступі розміщена бібліотека Desmos Activities готових шаблонів для розробки завдань з алгебри, геометрії та форм для отримання зворотного зв'язку. Desmos легко інтегрується з багатьма системами управління навчанням, наприклад з Google Classroom та іншими.

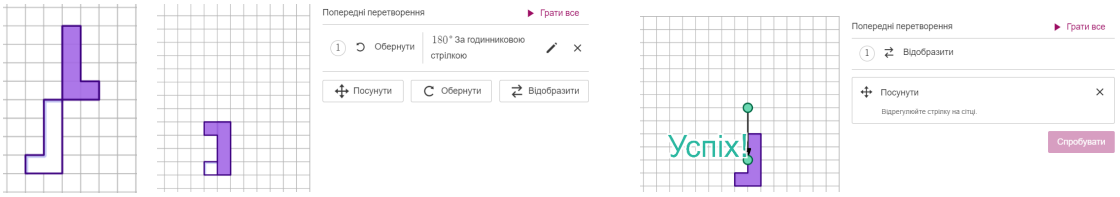
Продемонструємо можливості застосунку Desmos для підготовки, організації та керування навчальною діяльністю учнів, враховуючи основні етапи формувального оцінювання.

Вирішальним етапом у впровадженні формувального оцінювання є чітке формулювання навчальних цілей і повідомлення учнів про критерії оцінювання. Цей процес гарантує, що учні розуміють очікування та можуть зосередити свої зусилля на досягненні конкретних результатів. Використовуючи застосунок Desmos Classroom, вчителі можуть самостійно розробляти інтерактивні дії, або використовувати активності запропоновані у колекціях. У даних розробках відразу пропонуються сформульовані цілі. Наприклад, у колекціях для 8 класу до теми «Геометричні перетворення» пропонуються сформульовані цілі як для учнів так і учителів. Наприклад, до теми «Геометричні перетворення» у застосунку пропонується 7 систем диференційованих вправ. Зокрема, навчальні цілі для учнів такі: 1) навчитись описувати геометричні перетворення різними мовами; 2) навчитись визначати чи є перетворення паралельним перенесенням, поворотом чи симетрією; розуміти, як паралельне перенесення, повороти та симетрія впливають на розміщення фігури; 3) навчитись використовувати послідовні геометричні перетворення для переміщення однієї фігури в іншу; 4) навчитись «вручну» виконувати паралельне перенесення, поворот та симетрію вказаних фігур на квадратній сітці; 5) дослідити як змінюються координати точок, вершин геометричних фігур при паралельному перенесенні, повороті та симетрії; 6) дослідити та описати роль комбінацій геометричних перетворень у складних конструкціях на зразках ісламського мистецтва та архітектури.

Не менш важливо, щоб учні знали, як буде оцінюватися їхня робота. У контексті формувального оцінювання критерії мають бути зрозумілими, зосереджуватися як на процесі, так і на результатах навчання. Як правило, найчастіше критеріями формувального оцінювання є вимога правильно виконати завдання чи систему завдань. Досить часто, вчителі пропонують учням число мінімальної кількості правильно розв'язаних завдань, або набрати певну кількість балів, якщо завдання у тестовій формі. Наприклад, у запропонованих колекціях у Desmos Classroom є вправи, у яких учні можуть бачити результат своєї дії і тоді, їхнє завдання – правильно виконати кожну вправу призначеної колекції. Такий підхід не

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

тільки інформує учнів про те, чого вони очікують, але й дає їм змогу взяти на себе відповідальність за свій навчальний шлях, надаючи їм чітку дорожню карту до успіху.



а) б) в)

Рис. 1. Копії вмісту екрану комп'ютера при виконанні учнем завдань

На рисунку 1а) зображення до завдання у Desmos Classroom: визначити перетворення, що переводять прозору фігуру у зафарбовану. На рисунку 1б) наведено приклад неправильного розв'язання вправи – учень може бачити, що запропоноване перетворення не дозволяє перевести прозору фігуру у зафарбовану; на рисунку 1в) вигляд екрану коли учень правильно розв'язав завдання. Варто відзначити, що і учень і вчитель можуть бачити які саме перетворення виконані.

Інтегруючи такі розробки в свої уроки, педагоги можуть переконатися, що учні не тільки знають про цілі, яких вони повинні досягти, але також повністю поінформовані про критерії, за якими буде оцінюватися їхній прогрес. Таке узгодження цілей і критеріїв оцінювання є основоположним для створення продуктивного та сприятливого навчального середовища, де формувальне оцінювання може бути ефективним.

Планування та організація активної пізнавальної діяльності учнів на уроці математики передбачає відбір та створення вчителем різноманітних вправ (систем вправ). Середовище Desmos дозволяє вчителю створювати самостійно інтерактивні завдання, а також пропонує власні колекції вправ, які на думку автора є методично грамотними. Запропоновані у колекціях завдання дозволяють створювати ситуацію успіху, практикувати проблемні ситуації, що сприятимуть пошуку шляхів вирішення та збільшення зацікавленості. Desmos має можливість візуалізації абстрактних математичних концепцій. Це допомагає учням краще зрозуміти матеріал і побачити зв'язки між різними математичними об'єктами. В даному випадку вагомою перевагою є наявність відкритої бібліотеки вправ та завдань Desmos Activities. Важливою особливістю Desmos, для підвищення пізнавальної активності на уроках математики, є можливість роботи в групах, взаємооцінювання, надання не тільки миттєвого зворотного зв'язку, а й створення пауз для роздумів.

Застосунок Desmos може допомогти вчителеві забезпечити ефективний зворотний зв'язок. Завдяки інтерактивним завданням і автоматизованому аналізу відповідей учнів, вчитель може оперативно реагувати на труднощі, з якими стикаються учні. Використовуючи Desmos учитель може налаштувати завдання так, щоб учні одразу отримували відповіді на виконані вправи, що дозволяє учневі швидко оцінити правильність своїх дій та зробити

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

необхідні корекції. Використання інформаційної панелі Desmos, дозволяє учителеві контролювати роботу учнів у режимі реального часу, забезпечуючи миттєвий зворотний зв'язок. Використовуючи функції коментарів і нотаток у Desmos, вчитель може надавати персоналізовані рекомендації чи поради для кожного учня залежно від їхніх відповідей та помилок. Це допомагає учням зрозуміти, що вони роблять правильно, а що потребує додаткової уваги. Також Desmos дозволяє вчителю бачити загальну картину успішності класу, що допомагає швидко виявляти теми чи питання, які викликають складнощі у більшості учнів. У колекціях Desmos Activities ще пропонуються вправи для роздумів. Наприклад, розв'язавши кілька завдань, перед учнем з'являється слайд для роздумів із підказкою: «Який метод ви використали для розв'язування цих завдань? Чому це спрацювало?». Відкриті відповіді на такі питання також дозволяють вчителеві зорієнтуватись, кому потрібна додаткова допомога, або на що ще варто звернути увагу учнів. Це дає можливість організувати додаткове повторення або змінити підхід до викладання цих тем.

Створення умов для рефлексії та самоаналізу є важливою складовою освітнього процесу, оскільки вони сприяють глибшому розумінню навчального матеріалу та розвитку критичного мислення. Рефлексія дозволяє учням усвідомити свої успіхи та труднощі, аналізувати власні помилки і знаходити способи їх подолання. Це допомагає формувати навички саморегуляції, що є ключовими для довготривалого навчання і саморозвитку. Крім того, рефлексія та самоаналіз сприяють підвищенню мотивації до навчання, оскільки учні спостерігають прогрес у своєму навчанні та можуть встановлювати конкретні цілі для подальшого розвитку. Таким чином, створення умов для рефлексії та самоаналізу допомагає учням стати більш самостійними, відповідальними та успішними у навчанні.

Створені вчителем інтерактивні слайди для рефлексії дозволяють учням оцінювати свої досягнення та візуалізувати свій прогрес і рефлексувати над тим, які фактори вплинули на покращення або погіршення результатів (рис. 2).

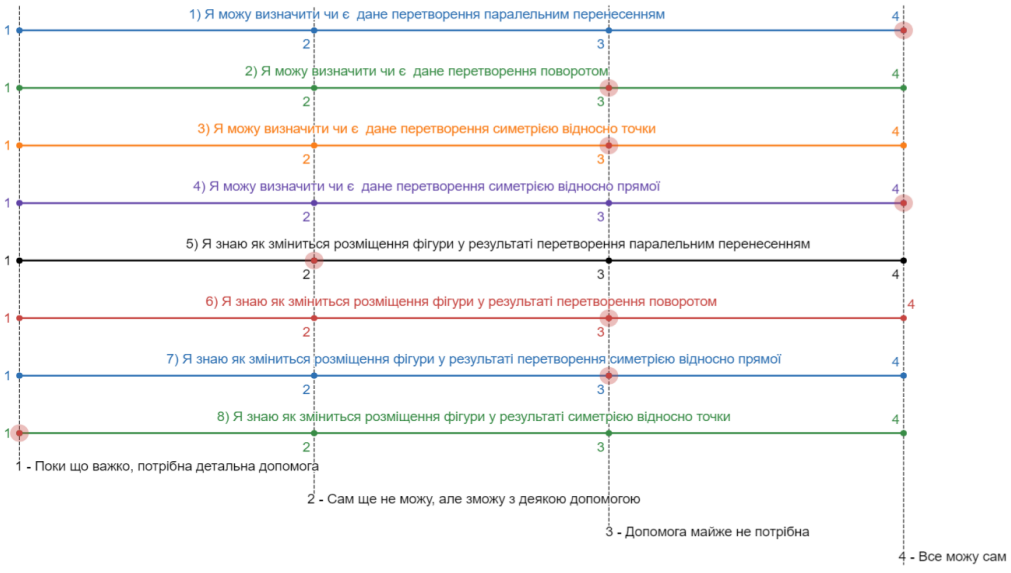


Рис. 2. Копія вмісту екрану комп'ютера при виконанні учнем завдань для рефлексії

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

У бібліотеці вправ та завдань Desmos Activities пропонуються завдання для емоційної рефлексії, з можливістю вчителю переглянути статистику учнів (рис. 3).

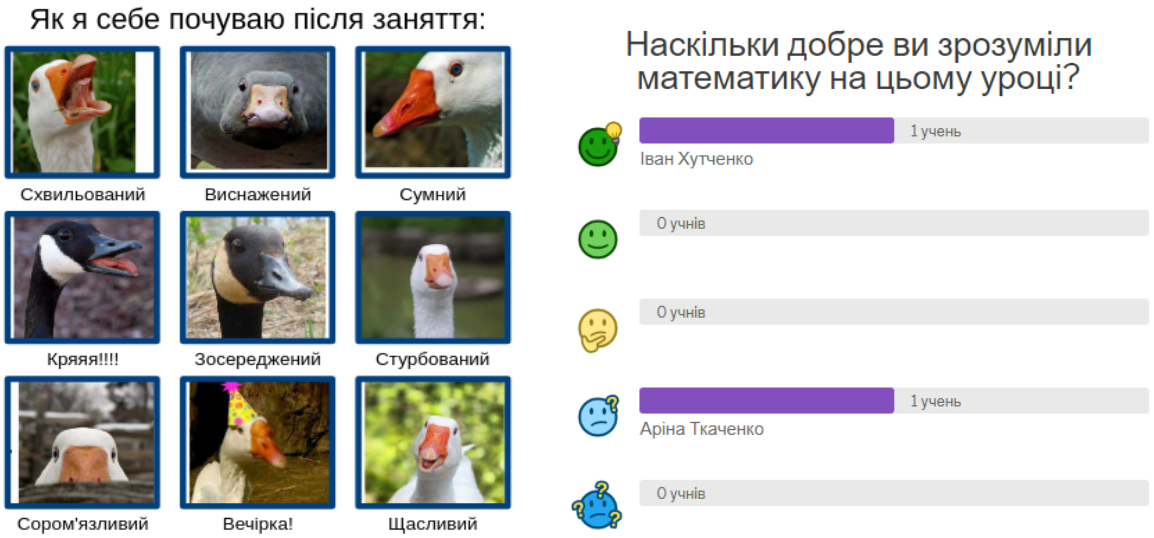


Рис. 3. Копія вмісту екрану комп'ютера при виконанні учнем завдань для емоційної рефлексії

Аналізуючи результати та темп роботи учнів на уроках математики, вчителі визначають особистий поступ та спільні проблеми серед учнів. Пристосування навчання для задоволення цих потреб передбачає розробку індивідуальних планів навчання, впровадження диференційованих стратегій навчання та надання цільової підтримки. Завдяки безперервному формувальному оцінюванню та зворотному зв'язку викладачі адаптують свій підхід, гарантуючи, що учні отримають необхідні корективи. Реалізувати корекцію освітнього процесу, використовуючи Desmos, можна через створення багатоетапних завдань, де кожен етап має чіткі інструкції та очікувані результати. Можна додавати інструкції та підказки на кожному етапі, щоб учні могли корегувати свої дії на основі отриманих результатів. Також для корегування варто створювати завдання, які містять алгоритми виконання, текстові та графічні коментарі, що дають учням можливість порівнювати свої дії з наданими зразками. Також вчитель може скористатись бібліотекою різноманітних активностей та/або завдань що розміщені у Desmos.

Висновки. Застосування Desmos у навчальному процесі надає вчителям потужні інструменти для ефективного впровадження формувального оцінювання. Завдяки гнучкості та інтерактивним можливостям цього застосунку, вчителі можуть не лише організовувати й керувати навчальною діяльністю учнів, але й забезпечувати їхню активну участь та самостійне навчання.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на вивчення того, як використання Desmos впливає на академічні результати учнів у довгостроковій перспективі, зокрема в різних вікових групах і на різних етапах навчання.

Список використаних джерел

Бобровський, М. В., Горбачов, С. І., & Заплотинська, О. О. (2019). Рекомендації до побудови внутрішньої системи забезпечення якості освіти у закладі загальної середньої освіти. Київ, Державна служба якості освіти. https://mon.gov.ua/storage/app/media/Serpneva%20conferentcia/2019/posibniki/abetka%20dlya%20directora.pdf

Генсерук, Г. Р., & та Мартинюк, С. В. (2020). Цифрові технології формувального оцінювання. Інформаційно-комунікаційні технології в освіті, 2, 155–158. https://doi.org/10.32843/2663-6085/2020/30-2.31

ГО «Смарт освіта». (2024, 14 березня). Нова українська школа в 5–6-х класах: виклики впровадження. https://smart-osvita.org/vidbulasia-prezentatsiia-rezultativ-doslidzhennia-vprovadzhennia-nush-u-5-6-kh-klasakh

Громяк, М. І., & Квасна, І. І. (2022). Формувальне оцінювання на уроках математики. Підготовка майбутніх учителів фізики, хімії, біології та природничих наук у контексті вимог Нової української школи: Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції. 26–27 травня 2022 р., м. Тернопіль, 57-61. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/49613/1/2022%20%D0%93%D0%B0%D1%81%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D1%86%D1%8C%20%D0%AF.%D0%A1._%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B0%20%D0%92.%D0%86.%20%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%84.%2026%2027%2005%20%D0%A2%D0%B5%D0%B7%D0%B8%2072_75.pdf

Гуржій, А. М., & Лапінський, В. В. (2013). Електронні освітні ресурси як основа сучасного навчального середовища загальноосвітніх навчальних закладів. Інформаційні технології в освіті, № 15, 30–37. http://nbuv.gov.ua/UJRN/itvo_2013_15_5

Забранський, В. Я. (2024). Стратегії формувального оцінювання під час навчання математики у 5-6 класах. Дидактика математики: теорія, досвід, інновації, 1, 33-41. https://vspu.net/didmath/index.php/journal/article/view/3

Закон України «Про повну загальну середню освіту». (2020, 16 січня). https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20

Зеленська, Л. Д., & Михайленко, М. О. (2022). Педагогічний інструментарій організації формувального оцінювання в закладах загальної середньої освіти. Наукові записки. Серія: Педагогічні науки, (203), 11–18. https://doi.org/10.36550/2415-7988-2022-1-203-11-18

Кабінет Міністрів України. (2020, 30 вересня). Додаток 12 до Державного стандарту базової середньої освіти. Постанова КМУ № 898 від 30.09.2020 року. https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898

Кравченко, З. І. (2023). Якісні задачі в контексті формувального оцінювання. Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики, 171–172. https://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/42996/tezy%20dopovidei.pdf

Матяш, О. І., & Риндюк, В. В. (2023). Навчання математики з використанням цифрових навчальних платформ: аналіз закордонного досвіду. Фізико-математична освіта, 38(3), 43–49. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-3-006

Матяш, О. І., Коваль, О. С., & Михайленко, Л. Ф. (2022). Формування в учнів інтересу до математичних задач та їх розв'язування. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми, 65, 103–113. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2022-65-103-113

Михайленко, Л. Ф. (2022а). Реалізація принципу наступності при впровадженні формувального оцінювання навчальних досягнень учнів з математики. Наступність у навчанні математики в умовах реформи загальної середньої освіти: реалії та перспективи, 89–90.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

http://dspace.pdpu.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/16606/3/Continuity%20in%20teaching%20mathematics.2022.pdf

Михайленко, Л. Ф. (2022b). Сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики. Фізико-математична освіта, 37(5), 43–49. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-037-5-006

Міністерство освіти і науки України. (2023, 11 серпня). Додаток до листа Міністерства освіти і науки України від 11.08.2023 р. № 1/11938-23. http://vlada.pp.ua/goto/aHR0cHM6Ly96bmF5c2hvdi5jb20vRlIvMjI0MzYvTWV0b2R5Y2huaV9yZWtvbWVuZGF0c2l5aV9waWxvdG5pX3Noa29seV83Xy05X2tsYXMucGRm/

Морзе, Н. В., & Барна, О. В., & Вембер, В. П. (2013). Формувальне оцінювання: від теорії до практики. Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах, № 6, 45–57. https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/6327/1/Morze_N_Barna_O_Vember_V_IITNZ_6_2013_IS.pdf

Підгорна, О. О., & Береговська, Т. А. (2021, 10 червня). Що таке формувальне оцінювання, чому воно потрібне учням і які основні виклики. https://nus.org.ua/view/shho-take-formuvalne-otsinyuvannya-chomu-vono-potribne-uchnyam-i-yaki-osnovni-vyklyky/

Спірін, О. М. (2010). Інформаційно-комунікаційні технології навчання: критерії внутрішнього оцінювання якості. Інформаційні технології і засоби навчання, 19(5), . https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/358/315

Тарасенкова, Н. А. (2023). Засоби формувального оцінювання у навчанні математики. Актуальні питання природничо-математичної освіти, 2(22), 142-150. https://doi.org/10.5281/zenodo.10457858

Aldon, G., & Panero, M. (2020). Can digital technology change the way mathematics skills are assessed?. ZDM Mathematics Education 52, 1333–1348 https://doi.org/10.1007/s11858-020-01172-8

Baylor, A. & Ritchie, D. (2002). What factors facilitate teacher skill, teacher morale, and perceived student learning in technology-using classrooms?. Computers & Education, 39, 395-414. https://doi.org/10.1016/S0360-1315(02)00075-1

Chorney, S. (2021). Classroom practice and craft knowledge in teaching mathematics using Desmos: Challenges and strategies. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53(12), 3203–3227. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1931974

Desmos@FCPS. (2021, 11 лютого). Desmos Classroom Activities. https://sites.google.com/fayette.kyschools.us/desmosfcps/desmos-solutions/classroom-activities

Murphy, D. (2016). The effect of implementing technology in a high school mathematics classroom. International Journal of Research in Education and Science, 2(2), 295. https://www.ijres.net/index.php/ijres/article/view/109/73

OECD. (2005). Formative Assessment: Improving Learning in Secondary Classrooms. OECD Publishing, Paris. https://doi.org/10.1787/9789264007413-en

Trgalová, J., & Tabach, M. (2023). Affordances of Virtual Learning Environments to Support Mathematics Teaching. Digital Experiences in Mathematics Education, 9(3), 444–475. https://doi.org/10.1007/s40751-023-00127-4

References

Bobrovskyi, M. V., Horbachov, S. I., & Zaplotynska, O. O. (2019). Rekomendatsii do pobudovy vnutrishnoi systemy zabezpechennia yakosti osvity u zakladi zahalnoi serednoi osvity [Recommendations for building an internal quality assurance system in general secondary education institutions]. Kyiv, Derzhavna sluzhba yakosti osvity [Kyiv, State Service of Education Quality] [in Ukrainian]. https://mon.gov.ua/storage/app/media/Serpneva%20conferentcia/2019/posibniki/abetka%20dlya%20directora.pdf

Henseruk, H. R., & ta Martyniuk, S. V. (2020). Tsyfrovi tekhnolohii formuvalnoho otsiniuvannia [Digital technologies of formative assessment]. Informatsiino-komunikatsiini tekhnolohii v osviti [Information and communication technologies in education], 2, 155–158 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.32843/2663-6085/2020/30-2.31

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

НО «Smart osvita» [NGO «Smart Education»]. (2024, 14 March). Nova ukrainska shkola v 5–6-kh klasakh: vyklyky vprovadzhennia [New Ukrainian school in grades 5-6: challenges of implementation] [in Ukrainian]. https://smart-osvita.org/vidbulasia-prezentatsiia-rezultativ-doslidzhennia-vprovadzhennia-nush-u-5-6-kh-klasakh

Hromiak, M. I., & Kvasna, I. I. (2022). Formuvalne otsiniuvannia na urokakh matematyky [Formative assessment in mathematics lessons]. Pidhotovka maibutnikh uchyteliv fizyky, khimii, biolohii ta pryrodnychykh nauk u konteksti vymoh Novoi ukrainskoi shkoly: Materialy IV Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii [Preparation of future teachers of physics, chemistry, biology, and natural sciences in the context of the requirements of the New Ukrainian School: Materials of the IV International Scientific and Practical Conference], Ternopil, 57–61 [in Ukrainian]. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/49613/1/2022%20Гасинець%20Я.%D0%A1._%D0%A1тароста%20В.%D0%86.%20Конф.%2026%2027%2005%20Тези%2072_75.pdf

Hurzhii, A. M., & Lapinskyi, V. V. (2013). Elektronni osvitni resursy yak osnova suchasnoho navchalnoho seredovyshcha zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv [Electronic educational resources as the basis of the modern educational environment of general educational institutions]. Informatsiini tekhnolohii v osviti [Information Technologies in Education], 15, 30–37 [in Ukrainian]. http://nbuv.gov.ua/UJRN/itvo_2013_15_5

Zabranskyi, V. Ya. (2024). Stratehii formuvalnoho otsiniuvannia pid chas navchannia matematyky u 5-6 klasakh [Formative Assessment Strategies in Teaching Mathematics in Grades 5-6.]. Dydaktyka matematyky: teoriia, dosvid, innovatsii [Mathematics Didactics: Theory, Experience, Innovations], 1, 33-41 [in Ukrainian]. https://vspu.net/didmath/index.php/journal/article/view/3

Zakon Ukrainy “Pro povnu zahalnu seredniu osvitu” [Law of Ukraine “On Complete General Secondary Education”]. (2020, January 16) [in Ukrainian]. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20

Zelenska, L. D., & Mykhailenko, M. O. (2022). Pedahohichnyi instrumentarii orhanizatsii formuvalnoho otsiniuvannia v zakladakh zahalnoi serednoi osvity [Pedagogical tools for organizing formative assessment in general secondary education institutions]. Naukovi zapysky. Seriia: Pedahohichni nauky [Scientific Notes. Series: Pedagogical Sciences], (203), 11–18 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.36550/2415-7988-2022-1-203-11-18

Kabinet Ministriv Ukrainy [Cabinet of Ministers of Ukraine]. (2020, September 30). Dodatok 12 do Derzhavnoho standartu bazovoi serednoi osvity. Postanova KMU No. 898 vid 30.09.2020 roku [Appendix 12 to the State Standard of Basic Secondary Education. CMU Resolution No. 898 dated 30.09.2020] [in Ukrainian]. https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898

Kravchenko, Z. I. (2023). Yakisni zadachi v konteksti formuvalnoho otsiniuvannia [Quality tasks in the context of formative assessment]. Aktualni problemy teorii ta metodyky navchannia matematyky [Current Problems of Theory and Methodology of Teaching Mathematics], 171–172 [in Ukrainian]. https://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/42996/tezy%20dopovidei.pdf

Matiash, O. I., & Ryndiuk, V. V. (2023). Navchannia matematyky z vykorystanniam tsyfrovykh navchalnykh platform: analiz zakordonnoho dosvidu [Teaching mathematics using digital educational platforms: analysis of foreign experience]. Fizyko-matematychna osvita [Physical and mathematical education], 38(3), 43–49 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-3-006

Matiash, O. I., Koval, O. S., & Mykhailenko, L. F. (2022). Formuvannia v uchniv interesu do matematychnykh zadach ta yikh rozviazuvannia [Forming students' interest in mathematical problems and their solution]. Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metodyky navchannia v pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiia, teoriia, dosvid, problemy [Modern information technologies and innovation methodologies of education in professional training: methodology, theory, experience, problems], 65, 103–113 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2022-65-103-113

Mykhailenko, L. F. (2022a). Realizatsiia pryntsypu nastupnosti pry vprovadzhenni formuvalnoho otsiniuvannia navchalnykh dosiahnen uchniv z matematyky [Implementation of the principle of continuity in the implementation of formative assessment of students' educational achievements in mathematics.]. Nastupnist u navchanni matematyky v umovakh reformy zahalnoi serednoi osvity: realii ta perspektyvy [Continuity in teaching mathematics in the context of the general secondary education reform: realities and prospects], 89–90 [in Ukrainian].

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

http://dspace.pdpu.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/16606/3/Continuity%20in%20teaching%20mathematics.2022.pdf

Mykhailenko, L. F. (2022b). Suchasni pidkhody do vprovadzhennia formuvalnoho otsiniuvannia na urokakh matematyky [Modern approaches to the implementation of formative assessment in mathematics lessons]. Fizyko-matematychna osvita [Physics and Mathematics Education], 37(5), 43–49 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-037-5-006

Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy [Ministry of Education and Science of Ukraine]. (2023, August 11). Dodatok do lysty Ministerstva osvity i nauky Ukrainy vid 11.08.2023 r. No. 1/11938-23 [Appendix to the letter of the Ministry of Education and Science of Ukraine dated 11.08.2023 No. 1/11938-23] [in Ukrainian]. http://vlada.pp.ua/goto/aHR0cHM6Ly96bmF5c2hvdi5jb20vRlIvMjI0MzYvTWV0b2R5Y2huaV9yZWtvbWVuZGF0c2l5aV9waWxvdG5pX3Noa29seV83Xy05X2tsYXMucGRm/

Morze, N. V., & Barna, O. V., & Vember, V. P. (2013). Formuvalne otsiniuvannia: vid teorii do praktyky [Formative assessment: from theory to practice]. Informatyka ta informatsiini tekhnolohii v navchalnykh zakladakh [Informatics and Information Technologies in Educational Institutions], 6, 45–57 [in Ukrainian]. https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/6327/1/Morze_N_Barna_O_Vember_V_IITNZ_6_2013_IS.pdf

Pidgorna, O. O., & Berehovska, T. A. (2021, June 10). Shcho take formuvalne otsiniuvannia, chomu vono potribne uchniam i yaki osnovni vyklyky [What is formative assessment, why students need it, and what are the main challenges] [in Ukrainian]. https://nus.org.ua/view/shho-take-formuvalne-otsinyuvannya-chomu-vono-potribne-uchnyam-i-yaki-osnovni-vyklyky/

Spirin, O. M. (2010). Informatsiino-komunikatsiini tekhnolohii navchannia: kryterii vnutrishnoho otsiniuvannia yakosti [Information and communication technologies in education: criteria for internal quality assessment]. Informatsiini tekhnolohii i zasoby navchannia [Information Technologies and Learning Tools], 19(5) [in Ukrainian]. https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/358/315

Tarasenkova, N. A. (2023). Zasoby formuvalnoho otsiniuvannia u navchanni matematyky [Formative assessment tools in mathematics education]. Aktualni pytannia pryrodnycho-matematychnoi osvity [Current Issues of Natural Science and Mathematics Education], 2(22), 142–150 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.5281/zenodo.10457858

Aldon, G., & Panero, M. (2020). Can digital technology change the way mathematics skills are assessed?. ZDM Mathematics Education 52, 1333–1348. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01172-8

Baylor, A. & Ritchie, D. (2002). What factors facilitate teacher skill, teacher morale, and perceived student learning in technology-using classrooms?. Computers & Education, 39, 395–414. https://doi.org/10.1016/S0360-1315(02)00075-1

Chorney, S. (2021). Classroom practice and craft knowledge in teaching mathematics using Desmos: Challenges and strategies. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53(12), 3203–3227. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1931974

Desmos@FCPS. (2021, 11 лютого). Desmos Classroom Activities. https://sites.google.com/fayette.kyschools.us/desmosfcps/desmos-solutions/classroom-activities

Murphy, D. (2016). The effect of implementing technology in a high school mathematics classroom. International Journal of Research in Education and Science, 2(2), 295. https://www.ijres.net/index.php/ijres/article/view/109/73

OECD. (2005). Formative Assessment: Improving Learning in Secondary Classrooms. OECD Publishing, Paris. https://doi.org/10.1787/9789264007413-en

Trgalová, J., & Tabach, M. (2023). Affordances of Virtual Learning Environments to Support Mathematics Teaching. Digital Experiences in Mathematics Education, 9(3), 444–475. https://doi.org/10.1007/s40751-023-00127-4

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК: 373.016:51(091) (477)
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-95-108

Ретроспективний огляд дисертацій українських дослідників з теорії і методики навчання математики

Ольга Матяш[1], Карина Ящук[2]

[1] Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.
E-mail: matyash_27@ukr.net ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7149-9545
[2] Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.
E-mail: karin4uk@meta.ua ORCID: https://orcid.org/0009-0004-1957-9304

Анотація

У цій статті ми здійснюємо ретроспективний огляд дисертаційних досліджень українських математиків-методистів за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання математики в історичний період з середини XX століття до 2024 року. Цей огляд вважаємо корисним для обґрунтування необхідності знань про розвиток методичної науки (математика) у процесі формування методичної компетентності майбутніх учителів математики. Звернення до творчого наукового доробку відомих українських методистів-математиків та висвітлення їхніх методичних поглядів у контексті історичної епохи, є ефективним інструментом дослідження та реконструкції фактів методичної науки.

Зокрема, ми надаємо стислий аналіз дисертацій (Глушков П. М. (1952), Хічій О. Ф. (1960), Данилюк П. Ф. (1971), Л. В. Кузьмич (1998)), у яких розглядаються окремі історичні аспекти розвитку української методичної науки. Зібрана нами інформація про кількість дисертаційних досліджень виконаних в Україні за окремими напрямами досліджень в історичний період з середини XX століття до 2024 року відображена в таблиці. Всього проаналізовано тематику майже 300 дисертацій. У нашому дослідженні аналіз тематики дисертаційних досліджень виконує такі функції: виявити здобутки української методики навчання математики як науки, з'ясувати основні тенденції досліджень дидактики математики в різних часових проміжках, визначити актуальність та рівень дослідженості історії розвитку української методичної науки. Реформочі процеси у галузі шкільної математичної освіти починаючи з другої половини 20-століття взаємопов'язані із результатами дисертаційних досліджень за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання математики, які виконані в Україні в цей період. Кількісний аналіз дисертаційних досліджень виконаних в Україні за окремими напрямами досліджень дозволив нам з'ясувати актуальність різних проблем навчання математики в школі в різні часові проміжки, а відповідно тенденції розвитку теорії і методики навчання математики в Україні.

Звернення до національного методичного спадку, розуміння сучасних національних надбань методичної науки, має вагоме науково-практичне значення, оскільки є важливим складником формування національно-патріотичної свідомості вчителя і має сприяти розвитку методичної культури творчого вчителя математики.

Ключові слова: історія розвитку української методичної науки, дисертаційні дослідження, теорія і методика навчання математики, методична підготовка майбутнього вчителя математики.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC: 373.016:51(091) (477)
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-95-108

Retrospective review of dissertations by ukrainian researchers on the theory and methodology of mathematics education

Olha Matiash[1], Karina Yashchuk[2]

[1] Vinnytsia Mykhailo Kotsyubynsky State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.
E-mail: matyash_27@ukr.net ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7149-9545
[2] Vinnytsia Mykhailo Kotsyubynsky State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.
E-mail: karin4uk@meta.ua ORCID: https://orcid.org/0009-0004-1957-9304

Abstract

In this article, we conduct a retrospective review of dissertation research by Ukrainian mathematics educators in the field of 13.00.02 Theory and Methodology of Mathematics Education, covering the historical period from the mid-20th century to 2024. We consider this review useful for substantiating the need for knowledge about the development of methodological science (mathematics) in the process of forming the methodological competence of future mathematics teachers. Referring to the creative scholarly contributions of prominent Ukrainian mathematics educators and highlighting their methodological views in the context of historical epochs serves as an effective tool for researching and reconstructing facts about methodological science.

Specifically, we provide a concise analysis of dissertations (Hlushkov P.M. (1952), Hichiy O.F. (1960), Danyliuk P.F. (1971), L.V. Kuzmych (1998)), which explore specific historical aspects of the development of Ukrainian methodological science. The information we collected about the number of dissertation studies conducted in Ukraine in various research areas during the historical period from the mid-20th century to 2024 is reflected in a table. We analyzed the topics of nearly 300 dissertations. In our study, the analysis of dissertation topics performs several functions: to identify the achievements of Ukrainian methodology in mathematics education as a science, to clarify the main trends in research on the didactics of mathematics over different time periods, and to determine the relevance and level of research on the history of the development of Ukrainian methodological science. Reform processes in the field of school mathematics education since the second half of the 20th century are interconnected with the results of dissertation research in the specialty 13.00.02 Theory and Methodology of Mathematics Education conducted in Ukraine during this period. The quantitative analysis of dissertation research conducted in Ukraine in various research areas allowed us to clarify the relevance of dissertation topics over different time periods and, accordingly, the trends in the development of the theory and methodology of mathematics education in Ukraine.

Turning to the national methodological heritage and understanding contemporary national achievements in methodological science has significant scientific and practical importance, as it is a vital component in forming the national-patriotic consciousness of teachers and should contribute to the development of the methodological culture of creative mathematics educators.

Keywords: the history of the development of Ukrainian methodological science, dissertation research, theory and methodology of teaching mathematics, methodological training of future mathematics teachers.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Постановка проблеми. Подальший розвиток української школи неможливий без глибокого систематичного вивчення попереднього досвіду, зокрема, нагромадженого українською методичною наукою. Знання та розуміння результатів дисертаційних досліджень українських дослідників з дидактики математики має значну цінність, оскільки в сучасній системі математичної освіти відбуваються реформи. Запорука їх успішного впровадження не лише знання закордонного досвіду, а й вивчення та врахування вітчизняного досвіду, врахування науково обґрунтованих висновків щодо організації навчання математики в українській школі. Це не тільки передумова уникнення зайвих помилок, а й допоможе у формуванні методичних компетентностей національно свідомого вчителя математики, патріота української освітньої культури. Наш аналіз стану впровадження компетентнісного підходу в систему методичної підготовки майбутнього вчителя математики засвідчив, що ця проблема потребує спеціального дослідження розвитку теорії і методики навчання математики в Україні.

Аналіз джерел та останніх досліджень. Історичний огляд розвитку теорії і методики навчання математики в Україні здійснено в окремих працях класиків української методичної науки О.М.Астряба (Астряб, 1957), Г.П.Бевза (Бевз, 2021), В.О.Швеця (Швець, 2017; Швець, 2020). За тематикою історії розвитку методики навчання математики в Україні за спеціальністю 13.00.02. Теорія і методика навчання (математика) у різний час проведено окремі дисертаційні дослідження. У репозитарії дисертацій Українського державного університету імені Михайла Драгоманова знаходимо автореферати дисертацій виконаних у різний час: Глушков П.М (Глушков, 1952), Хічій О.Ф. (Хічій, 1960), Данилюк П.Ф. (Данилюк, 1971), Л.В.Кузьмич (Кузьмич, 1998). Загальна характеристика проблем та тенденцій розвитку змісту математичної освіти в Україні у другій половині двадцятого століття дана в докторській дисертації М.П.Кашина (Кашин, , в якій схарактеризовано період 1960-1980 років.

Перша з вказаних і проаналізованих нами дисертацій захищена Петром Миколайовичем Глушковим у 1952 році під науковим керівництвом заслуженого діяча науки, першого завідувача кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М.П.Драгоманова, професора Олександра Матвійовича Астряба на тему «Боротьба за покращення викладання математики в перші роки будівництва радянської школи (1917 -1925 роки)» (Глушков, 1952). Зокрема, в цій дисертації наголошується на важливій ролі для розвитку ідей з методики навчання математики значної кількості педагогічних журналів та методичних центрів, які існували у досліджуваний період у Києві та Харкові. Також у дисертації аналізується роль математиків, методистів та педагогів у вирішенні питання про значення, місце, роль та завдання навчання математики в школі. Окрема увага приділена діяльності К. Ф. Лебединцева.

У 1960 році захищена дисертація О.Ф.Хічій «Математика і її викладання в школах Закарпаття в XVIII-XIX ст.» (Хічій, 1960). У цій дисертації зазначається, що відсутність підручників арифметики в першій половині XIX століття було однією із основних причин

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

низького рівня математичної освіти на Закарпатті. Такі підручники з'явились тільки в другій половині XIX століття і на початку XX століття. На рівень математичної освіти на Закарпатті негативно впливала відсутність кваліфікованих учителів. Величезне значення для підняття математичної культури і підвищення якості викладання математики в школах Закарпаття мало відкриття в 1950 році фізико-математичного факультету та його заочного відділення при Ужгородському державному університеті.

У 1971 році під науковим керівництвом професора Олександра Матвійовича Астряба захищена дисертація П. Ф. Данилюка на тему «Перший в Україні методико-математичний журнал і його значення в боротьбі за покращення математичної підготовки учнів» (Данилюк, 1971). В дисертації П .Ф. Данилюка розглядається вплив журналів «Журнал елементарної математики» та «Вісник дослідницької фізики та елементарної математики» на покращення викладання геометрії в середніх навчальних закладах. Була розроблена методика вивчення теорем, рекомендувалося проводити доведення теорем на рисунках, відмінних від рисунків підручника, пояснювати учням необхідний порядок вивчення теорем, тобто сутність дедуктивної побудови курсу геометрії. Найбільш повне висвітлення на сторінках журналів знайшли методи розв'язування геометричних задач на побудову. Належна увага була приділена загальній теорії розв'язування конструктивних задач. Значне місце було відведене одному з основних методів розв'язування задач на побудову в середній школі - методу геометричних місць точок. В журналах розглядалися основні геометричні місця и задачі, що розв'язуються з допомогою них. Значна увага була приділена заключному етапу класичної схеми розв'язування геометричних задач на побудову - дослідженню. Основні методичні ідеї вказаних журналів знайшли найбільш повне відображення в підручнику А.П.Кисельова «Елементарна геометрія для середніх навчальних закладів» (1892 р.). Таким чином, ідеї за які боролися журнали, знайшли часткове впровадження в практиці шкільної математичної освіти.

У висновках дисертації П.Ф.Данилюк стверджує, що методико-математичних і популярних журналів, призначених для учителів, студентів та учнів видається надто мало. В загальних висновках дисертації даються конкретні пропозиції щодо підсилення ролі методико-математичної літератури для покращення математичної підготовки учнів.

Розвиток математики та методики її навчання в південному регіоні України досліджувався в дисертації Л.В.Кузьмич «Розвиток математики та методики її навчання в південному регіоні України (кін. XIX ст. — поч. XX ст.)» (Кузьмич, 1998), яка була захищена у 1998 році. Як стверджує Людмила Василівна Кузьмич до цього часу не проводилось грунтовних досліджень внеску вчених, які працювали в Україні, в розвиток математики і математичної освіти. Для більшості офіційних наукових праць, які видавались і у царській Росії, і в Радянському Союзі, характерною була тенденція принизити роль національної культури народів, знівелювати або перекрутити видатні наукові досягнення їх талановитих

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

представників (Кузьмич, 1998). В дисертації висвітлений матеріал, що свідчить про активну участь педагогів-математиків півдня України у перших Міжнародних Конгресах математиків.

В результаті теоретичного дослідження наукової, навчально-методичної та науково-популярної спадщини та стану організації математичної освіти в південному регіоні України в кінці XIX - на початку XX століття в дисертації Л.В.Кузьмич зроблено висновок, що осередками методичної думки на Херсонщині та Миколаївщині в кінці XIX - на початку XX століття були педагогічні інститути. Викладачі цих ЗВО проводили значну методичну роботу в галузі шкільної математичної освіти, працювали над створенням підручників та розробкою ключових аспектів методики навчання математики. При педагогічних інститутах зосереджувалась і робота з перепідготовки вчителів математики. Дослідження розвитку математики, методики її викладання в південному регіоні України показали визначну діяльність спеціалізованого видавництва фізико-математичної літератури «МаШеБія». Видавництво своєю роботою внесло значний вклад у реформу математичної освіти, у популяризацію фізико-математичних знань.

Нашу увагу привернула також дисертація О.В.Орел «Проблеми шкільної математичної освіти у спадщині І.Ф.Тесленка (1908–1994 рр.)» (Орел, 2016), яка захищена у 2016 році за спеціальністю 13.00.01. Загальна педагогіка та історія педагогіки. В цій дисертації здійснено всебічне висвітлення педагогічної спадщини та науково-методичної діяльності І. Ф.Тесленка в галузі навчання шкільної математики. Обґрунтовано роль науково-методичної спадщини І. Ф.Тесленка для збагачення знання про розвиток шкільної математичної освіти в Україні в другій половині XX століття та виокремлено положення і рекомендації вченого щодо викладання шкільної геометрії, які не втратили актуальності.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Важливою для вивчення історії розвитку української методичної науки у галузі навчання математики у другій половині XX століття та перших десятиліттях XXI століття є методична спадщина О.М.Астряба (1879-1962 рр.), З.І.Слепкань (1931–2008 рр.), Г.П.Бевза (1926-2021 рр.), В.Г.Бевз (1955-2021 рр.) та інших. Звернення до творчого наукового доробку відомих українських методистів-математиків та висвітлення їхніх методичних поглядів у контексті історичної епохи, є ефективним інструментом дослідження та реконструкції фактів методичної науки.

Реформовчі процеси у галузі шкільної математичної освіти починаючи з другої половини 20-століття взаємопов’язані із результатами дисертаційних досліджень за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання математики, які виконані в Україні в цей період. Однак, нині майже відсутні ґрунтовні дослідження історії розвитку методики навчання математики в Україні, що стосуються вказаного історичного періоду; регіональних особливостей такого розвитку та внеску вчених-українців в розвиток методичної науки за напрямом навчання математики в школі.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Метою статті є ретроспективний огляд дисертаційних досліджень українських математиків-методистів за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання математики (історичний період з середини XX століття до 2024 року) з метою обґрунтування необхідності відповідних знань для формування методичної компетентності майбутніх учителів математики.

Виклад основного матеріалу. У нашому дослідженні аналіз тематики дисертаційних досліджень виконує такі функції: виявити здобутки української методики навчання математики як науки, з'ясувати основні тенденції досліджень дидактики математики в різних часових проміжках, визначити актуальність та рівень дослідженості історії розвитку української методичної науки. Зібрана нами інформація про кількість дисертаційних досліджень виконаних в Україні за окремими напрямами досліджень відображена в наступній таблиці.

	1950-1960 роки	1960-1970 роки	1970-1980 роки	1990-2000 роки	2000-2010 роки	2010-2020 роки	Після 2020 року	Всього
Методика навчання обчисленням	**4**	**3**	**2**	**1**	**2**	-	-	**12**
Методика навчання алгебри	**4**	**11**	**8**	**6**	**9**	**5**	**2**	**45**
Методика навчання геометрії	**4**	**6**	**10**	**9**	**12**	**7**	**1**	**49**
Загальна методика навчання математики	**2**	**5**	**7**	**5**	**9**	**7**	**1**	**36**
Засоби навчання математики	**0**	**4**	**1**	**2**	**2**	**3**	-	**12**
Історичні аспекти навчання математики	**2**	**0**	**2**	**1**	**2**	-	-	**7**
Міжнародний досвід навчання математики в школі	**0**	**0**	**2**	**0**	**1**	-	-	**3**
Підготовка майбутніх учителів математики	**3**	**0**	**3**	**4**	**8**	**8**	**3**	**29**
Комбінаторика, стохастика	**0**	**0**	**0**	**0**	**5**	-	-	**5**
Нові інформаційні технології у навчанні математики	**0**	**0**	**0**	**6**	**14**	**5**	-	**25**
Міжпредметні зв'язки у навчанні математики	**0**	**0**	**0**	**4**	**7**	**2**	-	**13**
Організація навчання	**2**	**1**	**1**	**4**	**3**	**2**	**1**	**14**

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

математики в 5-6 класи								
Навчання математики в класах різних профілів	-	-	-	-	-	**6**	-	**6**
Дистанційне навчання математики	-	-	-	-	-	**1**	-	**1**
Всього:	**21**	**30**	**36**	**42**	**74**	**46**	**8**	

Аналіз тематики дисертаційних досліджень з теорії і методики навчання математики, виконаних в Україні починаючи з другої половини XX століття, дозволяє стверджувати про увагу науковців до проблем:

1950-1960 **роки:** навчання учнів обчисленням; навчання учнів алгебри та початків аналізу; навчання учнів арифметики та геометрії; історичних аспектів розвитку методики навчання математики; методичної підготовки майбутніх учителів математики.

Варто зауважити, що лише 29 % дисертацій виконані на той час українською мовою. У період 1950-1960 років захистили кандидатські дисертації українські математики-методисти, які згодом започаткують відомі методичні школи, підготують значну кількість дослідників теорії та методики навчання математики: Тесленко Іван Федотович «Про деякі методи розв'язування задач на побудову в курсі елементарної геометрії» (1950), та Дубинчук Олена Степанівна «Вузлові питання викладання арифметики в 5 класі» (1955).

1960-1970 **роки:** зросла увага дослідників до проблем навчання учнів початків аналізу, до проблем загальної методики навчання математики в школі, зокрема, використання засобів навчання математики в школі. З'явилися дослідження програмованого навчання на уроках математики в школі.

У порівнянні з попереднім десятиріччям зросла увага дослідників до проблем навчання учнів початків аналізу, до проблем загальної методики навчання математики в школі, зокрема, використання засобів навчання математики в школі. У період 1960-1970 років захистили кандидатські дисертації українські математики-методисти, які згодом започаткують відомі методичні школи, підготують значну кількість дослідників теорії та методики навчання математики: Бевз Григорій Петрович «Доведення в шкільному курсі алгебри» (1961), Слєпкань Зінаїда Іванівна «Культура тригонометричних обчислень у восьмирічній і середній школах» (1962), Жалдак Мирослав Іванович «Про задачі лінійного та квадратичного програмування з неперервними обмеженнями» (1965).

У 1969 році була захищена перша в Україні докторська дисертація з теорії і методики навчання математики Іваном Федоровичем Тесленком на тему «Педагогічні основи викладання геометрії в середній школі». У цій дисертації І.Ф.Тесленко формулює актуальні й нині рекомендації щодо підвищення ефективності навчання геометрії в школі.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

***1970-1980* роки:** помітно зросла загальна кількість завершених дисертаційних досліджень за напрямом теорії і методики навчання математики, зокрема досліджень пов'язаних із навчанням учнів геометрії. З'явилися дослідження щодо вивчення та використання міжнародного досвіду навчання математики. Зокрема, вивчення перебудов шкільної математичної освіти в країнах центральної Європи та Японії. Активізувалися також дослідження історичних аспектів розвитку методики навчання математики та методичної підготовки майбутніх учителів математики.

У період 1970-1980 років захистили кандидатські дисертації українські математики-методисти, які згодом започаткують відомі методичні школи, підготують значну кількість дослідників теорії та методики навчання математики: Мальований Юрій Іванович «Методика вивчення тотожніх перетворень в курсі алгебри восьмирічної школи» (1975), Хмара Тамара Миколаївна «Вивчення питань теорії подільності чисел у восьмирічній школі» (1975).

***1980-1990* роки.** У 1989 році Швець Василь Олександрович захистив кандидатську дисертацію на тему «Реалізація функцій тематичного контролю результатів навчання учнів математики в старших класах середньої школи» під керівництвом професора Зінаїди Іванівни Слєпкань,

***1990-2000* роки.** У порівнянні з попередніми десятиріччями зросла увага дослідників до проблем пропедевтики навчання математики в 5-6 класах, загальної методики навчання математики в школі. У період 1990-2000 років активно велися дослідження щодо міжпредметних зв'язків та прикладної спрямованості навчання математики. Значна увага приділялася дослідженням використання нових інформаційних технологій на уроках математики в школі (А.В.Пеньков, Ю.В.Горошко, В.В.Дровозюк, Н.В.Кульчицька, О.Б.Жильцов, М.С.Головань).

У період 1990-2000 років захистили кандидатські дисертації українські математики-методисти, які згодом започаткують відомі методичні школи, підготують значну кількість дослідників теорії та методики навчання математики: Тарасенкова Ніна Анатоліївна «Активізація пізнавальної діяльності в умовах лекційно-практичної системи навчання математики в школі» (1991), Матяш Ольга Іванівна «Вивчення рухів фігур в курсі геометрії школи II ступеня» (1995). У 1997 році була захищена докторська дисертація з теорії і методики навчання математики Миколою Яковичем Ігнатенком на тему «Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики». В цій дисертації вперше показано можливості нових інформаційних технологій для активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів.

***2000-2010* роки:** зросла увага дослідників до проблем навчання комбінаторики та елементів стохастики в основній та старшій школі, загальної методики навчання математики в школі, реалізації міжпредметних зв'язків та прикладної спрямованості навчання

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

математики в школі, проблем методичної підготовки майбутніх учителів математики. Традиційно високим залишився інтерес науковців до дослідження проблем навчання геометрії в школі. Однак найбільш пріоритетними стали дослідження використання нових інформаційних технологій у процесі навчання учнів математики.

Однією із особливостей першого десятиліття XXI століття є те, що за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання математики в Україні захищено 8 докторських дисертацій: Тарасенкова Ніна Анатоліївна «Теоретико-методичні основи використання знаково-символічних засобів у навчанні математики учнів основної школи» (2004), Співаковський Олександр Володимирович «Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій» (2004), Михалін Геннадій Олександрович «Формування основ професійної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу» (2004), Скафа Олена Іванівна «Теоретико-методичні основи формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики в умовах сучасних технологій навчання» (2004), Триус Юрій Васильович «Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах» (2005), Раков Сергій Анатолійович, «Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу в навчанні з використанням інформаційних технологій» (2005), Бевз Валентина Григорівна «Історія математики як інтеграційна основа навчання предметів математичного циклу у фаховій підготовці майбутніх учителів» (2007), Скворцова Світлана Олексіївна, «Методична система навчання учнів початкових класів розв'язуванню сюжетних математичних задач» (2008). Половина вказаних дисертацій захищено здобувачами наукового ступеня доктора наук у 2004 році. 63% вказаних докторських дисертацій стосуються умов формування фахових компетентностей майбутніх учителів математики.

***2010-2020* роки.** У порівнянні з попереднім десятиріччям зросла увага дослідників до проблем навчання математики за різними профілями, проблем методичної підготовки майбутніх учителів математики. Традиційно високим залишився інтерес науковців до дослідження проблем навчання геометрії в школі. Однак найбільш пріоритетними у вказаному десятилітті стали дослідження проблем загальної методики навчання математики в школі та проблем підготовки майбутніх учителів математики. Про підвищену увагу українських науковців до вказаних напрямків свідчить також тематика докторських дисертацій: О.С.Чашечникової (2011), І.А.Акуленко (2013), І.Г.Ленчука (2013), О.І.Матяш (2014), І.В.Ловянової (2015), О.В.Школьного (2015), Л.С.Голодюк (2018), В.В.Ачкана (2019), Н.В.Кугай (2019), Т.Л.Годованюк (2020). У другому десятилітті XXI століття за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання математики в Україні захищено 10 докторських дисертацій.

Після 2020 року за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання математики в Україні захищені наступні дисертації:

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Михайленко Л. Ф. Формування методичної компетентності вчителя математики в умовах партнерської взаємодії педагогічного університету та школи (Михайленко, 2021). Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук, захищена в 2021 році у *Черкаському національному університеті* імені Богдана Хмельницького.

Ботузова Ю. В. Теоретико-методичні засади забезпечення наступності навчання математичних дисциплін в системі «школа – університет педагогічного профілю». Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук, захищена в 2021 році у *Черкаському національному університеті* імені Богдана Хмельницького.

Новікова А. О. Формування в учнів основної школи умінь математичного моделювання у процесі навчання алгебри. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук, захищена в 2021 році у Національному педагогічному університеті імені М. П. Драгоманова.

Насадюк Т. О. Методика реалізації прикладної спрямованості навчання математики учнів 5-6 класів. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук, захищена в 2023 році у Українському державному університеті імені Михайла Драгоманова.

Підсумовуючи огляд дисертаційних досліджень, виконаних українськими математиками-методистами за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання математики, можна помітити поступове зростання досліджень на рівні докторських дисертацій. Це спостереження, на нашу думку, підтверджує тезу про активний розвиток методичної науки за напрямом теорії і методики навчання математики в Україні.

З 2016 року в Україні розпочалася підготовка докторів філософії за спеціальністю 014. Середня освіта (математика). Ступінь доктора філософії присуджується разовою спеціалізованою вченою радою закладу вищої освіти або наукової установи в результаті успішного виконання здобувачем вищої освіти відповідної освітньо-наукової програми та публічного захисту дисертації (Закон України «Про вищу освіту», 2021). Захист дисертацій перших випускників аспірантури у відповідності до вказаного вище порядку розпочався з 2020 року.

Для розгляду тематики дисертаційних досліджень з теорії і методики навчання математики, які захищені в Україні за спеціальністю 014 Середня освіта (математика), ми здійснили пошук інформації про діяльність аспірантур в Україні за вказаною спеціальністю з 2016 року. Як зясувалося, підготовка докторів філософії за спеціальністю 014 Середня освіта (математика) здійснюється нині в Україні лише в Києві (Український державний університет імені Михайла Драгоманова), в Кривому Розі (Криворізький державний педагогічний університет), в Черкасах (Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького), в Житомирі (Житомирський державний університет імені Івана Франка) та у Вінниці (Вінницький державний педагогічний університет Михайла Коцюбинського).

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Наведемо тематику чотирьох дисертацій, які захищені в Україні за останніх пять років за спеціальністю 014 Середня освіта (математика):

Дисертація «Методика навчання стереометрії учнів професійно-технічних навчальних закладів машинобудівного профілю» (Тінькова, 2021) виконана Дарією Сергіївною Тіньковою під науковим керівництвом Ніни Анатоліївни Тарасенкової. Дисертація захищена у 2021 році в разовій спеціалізованій раді Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького.

Дисертація «Формування умінь математичного моделювання в учнів профільної школи» (Катеринюк, 2020) виконана Галиною Дмитрівною Катеринюк під науковим керівництвом Ольги Іванівни Матяш. Дисертація захищена у 2020 році в разовій спеціалізованій раді Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.

Дисертація «Формування логічної складової математичної компетентності учнів основної школи» (Мілян, 2021) виконана Роксоланою Степанівною Мілян під науковим керівництвом Ольги Іванівни Матяш. Дисертація захищена у 2021 році в разовій спеціалізованій раді Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.

Дисертація «Онлайн-курси як засіб розвитку фахових компетентностей магістрів спеціальності 014 Середня освіта (Математика)» (Калугін, 2024) виконана Русланом Юрійовичем Калугіним під науковим керівництвом Ірини Василівни Ловянової. Дисертація захищена у 2024 році в разовій спеціалізованій раді Криворізького державного педагогічного університету.

Підсумовуючи огляд змісту дисертаційних досліджень виконаних та захищених в Україні за спеціальністю 014 Середня освіта (математика), можемо стверджувати, що кількість захищених дисертацій в Україні за спеціальністю 014 Середня освіта (математика) є критично малою. Одна із причин, безумовно, пандемія КОВІД-19 та збройна агресія росії. Підтвердженням цієї причини є відсутність захисту дисертацій у 2022 та 2023 роках. Ще одну із причин ми вбачаємо у зменшенні кількості аспірантської підготовки за напрямом теорії і методики навчання математики. Причиною такого стану може бути недостатність умов в університетах для отримання ліцензії на відкриття аспірантури за спеціальністю 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями). Однією із таких умов є наявність в університеті доктора наук за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання (математика), та не менше трьох докторів наук за спеціальністю 13.00.02 Теорія і методика навчання.

Кількісний аналіз дисертаційних досліджень виконаних в Україні за окремими напрямами досліджень дозволив нам з’ясувати актуальність тематики дисертацій в різні часові проміжки, а відповідно тенденції розвитку теорії і методики навчання математики в Україні. Можна, зокрема, вказати на наступні тенденції у дослідженнях теорії і методики навчання математики окремо за десятиліттями:

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

1950-1960 роки - методика навчання обчисленням; методика навчання алгебри та геометрії;

1960-1970 роки - методика навчання алгебри та елементів математичного аналізу в курсі алгебри старшої школи;

1970-1980 роки - методика навчання алгебри та геометрії, причому значно зріс інтерес до проблем навчання геометрії; активізувалися дослідження загальних питань навчання математики в школі;

1990-2000 роки – на піку залишається інтерес до проблем навчання геометрії; з'явилися дослідження використання нових інформаційних технологій у навчанні математики;

2000-2010 роки – науковий інтерес використання нових інформаційних технологій у навчанні математики (14) навіть перевершив інтерес до проблем навчання геометрії (12); значно активізувалися дослідження підготовки майбутніх учителів математики (8) та міжпредметних зв'язків у навчанні математики (7);

2010-2020 роки – залишається високим науковий інтерес до підготовки майбутніх учителів математики (8+3); з'явилися дослідження щодо навчання математики в класах різних профілів (6) та дистанційного навчання математики в школі (1).

Також можна стверджувати, що за роки незалежності України кількість дисертаційних досліджень за напрямом теорії і методики навчання математики зросла майже вдвічі, у порівнянні із попереднім тридцятиріччям. Найбільша кількість захищених дисертацій (74) припадає на 2000-2010 роки.

Висновки. Реформування системи математичної освіти в Україні відбувається в умовах розробки нових методологічних підходів, методів та прийомів навчання. Теоретичною базою цьому мають слугувати надбання української методичної науки. Аналіз наукового доробку сучасних українських математиків-методистів, учених, освітніх діячів України не менш важливий в умовах розбудови національної системи освіти. Розвиток методики навчання математики значною мірою залежить від того, наскільки вдається об'єднати зусилля окремих учених-дослідників, які займаються проблемами математичної освіти.

Звернення до національного методичного спадку, розуміння сучасних національних надбань методичної науки, має вагоме науково-практичне значення, оскільки є важливим складником формування національно-патріотичної свідомості вчителя і має сприяти розвитку методичної культури творчого вчителя математики.

Список використаних джерел

Астряб О. М. (1957). З історії розвитку методики викладання математики в школах України. К., 1957. 72 с.

Бевз Г.П. (2021). Моя методика математики. Тернопіль: Навчальна книга –Богдан, 2021. 584 с.

Блажко О.А., Громов Є.В., Сільвейстр А.М. (2024). Актуальні історико-методичні аспекти наукових досліджень на Вінниччині з теорії і методики навчання. Наукові інновації та передові технології. 2024. № 9 (37). С. 823 – 840.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Данилюк П. Ф. (1971). Перший на Україні методико-математичний журнал та його значення : дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02. Київ, 1971, 20 с.

Глушков П.Н. (1951). Борьба за улучшение преподавания математики в первые годы строительства советской школы (1917—1925 гг.): автореф. дис. ... канд. пед. наук: Ужгород, 1951. 22 с.

Калугін Р.Ю. (2024). Онлайн-курси як засіб розвитку фахових компетентностей магістрів спеціальності 014 Середня освіта (Математика). Дис. ...доктор філософії: 014.04. Середня освіта (математика) – Кривий Ріг, 2024.

Катеринюк Г.Д. (2020). Формування умінь математичного моделювання в учнів профільної школи: дис. ... доктор філософії: 014.04. Середня освіта (математика). Вінниця, 2020.

Кашин М.П. (1981). Основні проблеми та тенденції розвитку змісту загальної середньої освіти в СРСР: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. Київ, 1981. 44 с.

Кузьмич Л. В. (1998). Розвиток математики та методики її навчання у південному регіоні України (кінець XIX – початок XX століття) : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Херсон, 1998. 204 с.

Матяш О. І. (2022). Актуальні аспекти розвитку методики навчання математики в Україні. Наступність у навчанні математики в умовах реформи загальної середньої освіти: реалії та перспективи: збірник наукових праць за матеріалами Всеукраїнської науково-практичної конференції, 26 – 28 грудня 2022 р. / Міністерство освіти і науки України, ДЗ «ПНПУ імені К.Д. Ушинського» [та ін.]. Х.: Вид-во «Ранок», С.86-89.

Матяш О.І., Ящук К.І. (2024). Формування у майбутніх вчителів математики національно-освітньої предметної компетентності. Мультидисциплінарний міжнародний журнал «Věda a perspektivy». № 9 (40), 2024. Прага. Чеська республіка. С. 99 – 113. https://doi.org/10.52058/2695-1592-2024-9(40)-99-113

Мілян Р.С. (2021). Формування логічної складової математичної компетентності учнів основної школи. Дис. ...доктор філософії: 014.04. Середня освіта (математика). Вінниця, 2021.

Михайленко Л. Ф. (2021). Формування методичної компетентності вчителя математики в умовах партнерської взаємодії педагогічного університету та школи : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02. Черкаси, 2021. 623 с.

Орел О. В. (2016). Проблеми шкільної математичної освіти в спадщині І. Ф. Тесленка (1908–1994 рр.) : дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.01 : – Ніжин, 2016. – 300 с.

Тінькова Д.С. Методика навчання стереометрії учнів професійно-технічних закладів машинобудівного профілю: дис. ... канд. пед. наук: 014.04. Середня освіта (математика). Черкаси, 2020. 281 с.

Хічій О. Ф. (1960). Математика и ее преподавание в школах Закарпатья в XVIII-XIX ст.: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. Ужгород, 1960. 17 с.

Швець В.О. (2017). Під знаком інтеграла: до 70-річного ювілею кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М. П. Драгоманова / Упорядник В. О. Швець. — К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. — с. 92

Shvets V., Bevz V., Shkolnyi O., Matiash O. (2020). Ukraine: School Mathematics Education in the Last 30 Years Eastern European mathematics education in the decades of change. 2020. 229-274.

Ящук К.І. (2024). Огляд дисертаційних досліджень про історію становлення та розвитку методики навчання математики в Україні. Науковий журнал «Фізико-математична освіта». Том 39 № 4, 2024. Суми. С. 40 – 45. DOI 10.31110/fmo2024.v39i4-06

Reference

Astriab, O. M. (1957). Z istorii rozvytku metodyky vykladannia matematyky v shkolakh Ukrainy. [From the history of the development of methods of teaching mathematics in schools of Ukraine]. Kyiv. [in Ukrainian]

Bevz, H. P. (2021). Moia metodyka matematyky. [My method of mathematics]. Ternopil: Navchalna knyha-Bohdan. [in Ukrainian]

Blazhko, O. A., Hromov, Ye. V., & Silveistr, A. M. (2024). Aktualni istoryko-metodychni aspekty naukovykh doslidzhen na Vinnychchyni z teorii i metodyky navchannia. [Actual historical and methodological aspects of scientific research in Vinnitsa region on the theory and methodology of teaching]. Naukovi innovatsii ta peredovi tekhnolohii [Scientific innovation and advanced technology], 9(37), 823–840. [in Ukrainian]

Danyliuk, P. F. (1971). Pershyi na Ukraini metodyko-matematychnyi zhurnal ta ioho znachennia [The first methodological and mathematical journal in Ukraine and its significance]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Kyiv. [in Ukrainian]

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

Hlushkov, P. N. (1951). Borba za uluchshenie prepodavaniia matematiki v pervye gody stroitelstva sovetskoi shkoly (1917–1925 gg.). [Struggle for the improvement of mathematics teaching in the first years of construction of the Soviet school (1917-1925)]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Uzhhorod. [in russian]

Kaluhin, R. Yu. (2024). Onlain-kursy yak zasib rozvytku fakhovykh kompetentnostei mahistriv spetsialnosti 014 Serednia osvita (Matematyka). [Online courses as a means of developing professional competencies masters specialty 014 Secondary education (Mathematics)]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Kryvyi Rih. [in Ukrainian]

Kateryniuk, H. D. (2020). Formuvannia umin matematychnoho modeliuvannia v uchniv profilnoi shkoly. [Formation of mathematical modeling skills in students of a specialized school]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Vinnytsia. [in Ukrainian]

Kashyn, M. P. (1981). Osnovni problemy ta tendentsii rozvytku zmistu zahalnoi serednoi osvity v SRSR [Main problems and trends in the development of the content of general secondary education in the USSR]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Kyiv. [in Ukrainian]

Kuzmych, L. V. (1998). Rozvytok matematyky ta metodyky ii navchannia u pivdennomu rehioni Ukrainy (kinets XIX – pochatok XX stolittia). [Development of mathematics and methods of its teaching in the southern region of Ukraine (late nineteenth – early twentieth century)]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Kherson. [in Ukrainian]

Matiash, O. I. (2022). Aktualni aspekty rozvytku metodyky navchannia matematyky v Ukraini. [Actual aspects of the development of methods of teaching mathematics in Ukraine]. In Nastupnist u navchanni matematyky v umovakh reformy zahalnoi serednoi osvity: realii ta perspektyvy. [Continuity in teaching mathematics in the context of the reform of general secondary education: realities and prospects]. Kharkiv: Ranok. 86-89. [in Ukrainian]

Matiash, O. I., & Yashchuk, K. I. (2024). Formuvannia u maibutnikh vchyteliv matematyky natsionalno-osvitnoi predmetnoi kompetentnosti. [Formation of future teachers of mathematics of national-educational subject competence]. Multydystsyplinarnyi mizhnarodnyi zhurnal "Věda a perspektivy" [Multidisciplinary international journal "Věda a perspektivy."], 9(40), 99–113. https://doi.org/10.52058/2695-1592-2024-9(40)-99-113 [in Ukrainian]

Miliian, R. S. (2021). Formuvannia lohichnoi skladovoi matematychnoi kompetentnosti uchniv osnovnoi shkoly [Formation of the logical component of mathematical competence of students of the basic school]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Vinnytsia. [in Ukrainian]

Mykhailenko, L. F. (2021). Formuvannia metodychnoi kompetentnosti vchytelia matematyky v umovakh partnerskoi vzaiemodii pedahohichnoho universytetu ta shkoly [Formation of methodological competence of a mathematics teacher in terms of partnership between a pedagogical university and a school]. Doktors'ka dysertatsiia [Doctoral dissertation]. Cherkasy. [in Ukrainian]

Orel, O. V. (2016). Problemy shkilnoi matematychnoi osvity v spadshchyni I. F. Teslenka (1908–1994 rr.) [Problems of school mathematical education in the heritage of I. F. Teslenko (1908-1994)]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Nizhyn. [in Ukrainian]

Tinkova, D. S. Metodyka navchannia stereometrii uchniv profesiino-tekhnichnykh zakladiv mashynobudivnoho profiliu [Methods of teaching stereometry to students of vocational schools of machine-building profile]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Cherkasy. [in Ukrainian]

Khichii, O. F. (1960). Matematika i ee prepodavanie v shkolakh Zakarpattia v XVIII–XIX st. [Mathematics and its teaching in schools of Transcarpathia in XVIII-XIX]. Kandydats'ka dysertatsiia [Candidate's dissertation]. Uzhhorod. [in russian]

Shvets, V. O. (2017). Pid znakom intehrala: do 70-richnoho yuvileiu kafedry matematyky i teorii ta metodyky navchannia matematyky NPU imeni M. P. Drahomanova [Under the sign of integral: on the occasion of the 70th anniversary of the Department of Mathematics and Theory and Methods of Teaching Mathematics NPU named after N.P. Drahomanov]. (V. O. Shvets, Ed.). Kyiv: NPU imeni M. P. Drahomanova. [in Ukrainian]

Shvets, V., Bevz, V., Shkolnyi, O., & Matiash, O. (2020). Ukraine: School mathematics education in the last 30 years. In Eastern European mathematics education in the decades of change (pp. 229–274).

Yashchuk, K. I. (2024). Ohliad dysertatsiinykh doslidzhen pro istoriiu stanovlennia ta rozvytku metodyky navchannia matematyky v Ukraini. [Review of dissertation studies on the history of the formation and development of methods of teaching mathematics in Ukraine]. Fizyko-matematychna osvita [Scientific journal "Physical and mathematical education."], 39(4), 40–45. https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i4-06 [in Ukrainian]

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 378.091.3:37.02-051:51:37.091.12
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-109-119

Проектна діяльність в системі професійної підготовки майбутніх вчителів математики

Світлана Яценко[1], Дар'я Сергійко[2]

[1]Український державний університет імені Михайла Драгоманова, м. Київ, Україна.
E-mail: 2005se@ukr.net, ORCID 0009-0009-4274-1177
[2]Український державний університет імені Михайла Драгоманова, м. Київ, Україна.
E-mail: dar.ser.2003@ukr.net, ORCID 0009-0002-6075-662X

Анотація

В надскладних умовах вітчизняним педагогам потрібно ще більше акцентувати увагу на підготовку учнів до самостійного життя. Як ніколи надважливим стає формування особистості учня не в аспекті накопичення знань, а у вмінні бачити проблему, у формуванні критичного підходу до обробки інформації, вибору суттєвого та вміння бачити цілі, ставити завдання, шукати шляхи вирішення, корегувати, аналізуючи свої помилки, аналізувати отримані результати тощо. Як показує практика, сучасному вчителю ще бракую знань для організації такої діяльності учнів. Тому, підвищення якості підготовки педагогів можливе за забезпечення компетентнісного підходу, що передбачає поєднання теоретичних знань з їх практичними навичками. Саме залучення студентів до проєктної діяльності (створення власних проєктів) в системі їх професійної освіти, на нашу думку, створить умови для вирішення даної проблеми. Науковці пропонують місце теоретичних аспектів навчання студентів проєктної діяльності. Однак, залишається невирішеним питання про включення проєктної діяльності студентів математичних спеціальностей в систему їх професійної підготовки. Зокрема, відсутні дослідження даної проблеми при навчанні студентів в курсі «Елементарна математика». В даній статті демонструється доцільність і можливості включення майбутніх вчителів математики в проєктну діяльність під час вивчення навчальної дисципліни «Елементарна математика» як засобу формування життєвих компетентностей особистості. У результаті такого включення: активізується пізнавальна діяльність студентів; розвиваються їхні творчі здібності; формуються економічна і фінансова грамотність студентів, як активних членів суспільства; відбувається активне включення теоретичних знань у практичний процес; формується вміння працювати в команді.

Ключові слова: Включення теоретичних знань у практичний процес, елементарна математика, майбутні вчителі математики, проєктна діяльність студентів.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

UDC 378.091.3:37.02-051:51:37.091.12
DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-109-119

Project activity in the system of professional training of future teachers of mathematics

Svitlana Yatsenko[1], Darya Serhiyko[2]

[1] Mykhailo Drahomanov Ukrainian State University, Kyiv, Ukraine,
E-mail: 2005se@ukr.net, ORCID 0009-0009-4274-1177
[2] Mykhailo Drahomanov Ukrainian State University, Kyiv, Ukraine,
E-mail: dar.ser.2003@ukr.net, ORCID 0009-0002-6075-662X

Abstract

In extremely difficult conditions, domestic teachers need to focus even more attention on preparing students for independent life. The formation of a student's personality is more important than ever, not in the aspect of accumulating knowledge, but in the ability to see a problem, in the formation of a critical approach to information processing, the choice of what is important and the ability to see goals, set tasks, look for solutions, correct by analyzing one's mistakes, and analyze the results obtained etc. As practice shows, the modern teacher still lacks the knowledge to organize such activities of students. Therefore, improving the quality of teacher training is possible by ensuring a competency-based approach, which involves combining theoretical knowledge with their practical skills. In our opinion, it is the involvement of students in project activities (creation of their own projects) in the system of their professional education that will create the conditions for solving this problem. Scientists offer a place for theoretical aspects of students' training in project activities. However, the question of including the project activities of students of mathematical specialties in the system of their professional training remains unresolved. In particular, there are no studies of this problem when teaching students in the "Elementary Mathematics" course. This article demonstrates the expediency and possibilities of including future teachers of mathematics in the project activity during the study of the educational discipline "Elementary Mathematics" as a means of forming life competencies of the individual. As a result of such inclusion: students' cognitive activity is intensified; their creative abilities develop; economic and financial literacy of students as active members of society is formed; there is an active inclusion of theoretical knowledge in the practical process; the ability to work in a team is formed.

Key words: Inclusion of theoretical knowledge in the practical process, elementary mathematics, future teachers of mathematics, project activities of students.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Постановка проблеми. Виклики перед українським суспільством, що спричинило варварське повномасштабне вторгнення росії на нашу територію, не меншою мірою стосуються і сфери освіти. В надскладних умовах вітчизняним педагогам потрібно ще більше акцентувати увагу на підготовку учнів до самостійного життя, починаючи від перших кроків в навчальному процесі. Як ніколи надважливим стає формування особистості учня не в аспекті накопичення знань, а у вмінні бачити проблему, у формуванні критичного підходу до обробки інформації, вибору суттєвого та вміння бачити цілі, ставити завдання, шукати шляхи вирішення, корегувати, аналізуючи свої помилки, аналізувати отримані результати тощо. Як показує практика, сучасному вчителю ще бракую знань для організації такої діяльності учнів. Тому, підвищення якості підготовки педагогів можливе за забезпечення компетентнісного підходу, що передбачає поєднання теоретичних знань з їх практичними навичками. Саме залучення студентів до проєктної діяльності (створення власних проєктів) в системі їх професійної освіти, на нашу думку, створить умови для вирішення даної проблеми.

Аналіз джерел та останніх досліджень. Проектна діяльність не ноу-хау в психології, педагогіці, методиці. Ще в минулому столітті з’явились праці щодо питань теорії та практики проєктної діяльності іноземних психологів, педагогів та наших українських вчених. Проблемою проектної діяльності в освітньому процесі активно займаються багато іноземних науковців. Вони досліджують питання впровадження проектного навчання (project-based learning, PBL) як інноваційного підходу до розвитку критичного мислення, колаборації та практичних навичок у студентів. **Джон Дьюї (John Dewey)** – США, вважається засновником концепції "навчання через дію" (learning by doing). Його ідеї заклали основу для проектного навчання. Дьюї наголошував на важливості практичної діяльності та інтеграції реальних життєвих ситуацій в освітній процес. **Сеймур Пейперт (Seymour Papert)** – США, відомий своїми дослідженнями у сфері комп'ютерного навчання та проектної діяльності. Він був піонером концепції конструктивізму, де учні активно залучені в процес побудови знань через проєкти, які пов'язані з використанням технологій. **Жан Піаже (Jean Piaget)** – Швейцарія, його теорії заклали основи для багатьох методів активного навчання, включаючи проєктну діяльність. Піаже вважав, що навчання найефективніше відбувається, коли учні мають можливість досліджувати та вирішувати проблеми самостійно. **Тоні Вагнер (Tony Wagner)** – США, розглядає проєктну діяльність як ключовий елемент формування навичок 21-го століття, таких як критичне мислення, співпраця та комунікація. Його дослідження зосереджуються на тому, як проектне навчання може сприяти розвитку студентів для успішної адаптації до викликів сучасного світу. **Ларс Торнберг (Lars Thornberg)** – Швеція, спеціалізується на використанні проєктної діяльності в контексті міждисциплінарного навчання. Його роботи охоплюють теми інтеграції кількох дисциплін через проєктне навчання для досягнення більш глибокого розуміння матеріалу.

Проектна діяльність в освітньому процесі була і є популярною темою і в українській педагогіці, її досліджували багато науковців, зокрема з акцентом на професійну підготовку

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

вчителів та ефективність методів проектного навчання. Сухомлинська Ольга Василівна досліджувала питання інтеграції теорії та практики в педагогічному процесі, що відповідає підходу проектної діяльності. Сисоєва Світлана Олександрівна активно займалася дослідженням інноваційних технологій в освіті, зокрема проєктного навчання. Її роботи зосереджені на підготовці майбутніх педагогів і розвитку креативності через активні методи навчання, такі як проєктна діяльність. Луговий Володимир Іларіонович Досліджував освітні інновації, зокрема методи інтерактивного та проєктного навчання. Його роботи стосуються розвитку новітніх педагогічних технологій у вищій освіті та їх впровадження в практику. Волощук Ірина Петрівна. Займалася дослідженням проєктної діяльності в контексті професійної підготовки майбутніх учителів. У її роботах аналізується, як проєктна діяльність може бути ефективним засобом для розвитку педагогічної майстерності. **Тетяна Григорівна Крамаренко** займається проєктною діяльністю в контексті математичної освіти. Її дослідження стосуються методів активізації студентів через проєктні технології, що допомагають формувати навички розв'язання математичних задач та інтеграцію практичного підходу в навчальний процес.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Проведений аналіз далеко неповний, однак засвідчує актуальність даної проблеми і її широке висвітлення. Дослідники пропонують місце теоретичних аспектів навчання студентів проектної діяльності. Однак, залишається невирішеним питання про включення проєктної діяльності студентів математичних спеціальностей в систему їх професійної підготовки. Відсутні дослідження даної проблеми при навчанні студентів в курсі «Елементарна математика».

Мета статті. Полягає у демонстрації доцільності і можливості включення студентів майбутніх вчителів математики в проєктну діяльність під час вивчення навчальної дисципліни «Елементарна математика» як засобу формування життєвих компетентностей особистості.

Виклад основного матеріалу. Серед видів діяльності курс «Елементарна математика» передбачає виконання графічно-розрахункових робіт. Зазвичай їхня тематика є традиційною для даної дисципліни: «Побудова графіків функцій і рівнянь, шляхом геометричних перетворень», «Наближені обчислення в шкільному курсі математики», «Побудова перерізів геометричних тіл» тощо. Зазвичай кожен студент отримує свої завдання і у визначені терміни подає роботу на перевірку. Тим самим забезпечується індивідуальний підхід в процесі вивчення «Елементарної математики». Переважна більшість, якщо не всіх видів навчальної діяльності носить індивідуальний характер. А для того, щоб уміти організовувати процес колективної праці студентів потрібно цьому навчити не лише розповівши як це відбувається, а включити їх в цей процес, як активних учасників. Саме в рамках виконання розрахункової роботи можна організувати проєкту діяльність для студентів, взявши за

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

тематику вирішення існуючої проблеми енергозбереження гуртожитку в якому проживає їх переважна більшість.

Для цього їм необхідно:

1. Вивчити технічний стан гуртожиткN№6 УДУ імені Михайла Драгоманова, в якому проживають студенти факультету математика, інформатика та фізика.
2. Визначити шляхи підвищення ефективності використання системи теплопостачання.
3. Визначити шляхи підвищення ефективності використання системи електропостачання.
4. Шляхи підвищення ефективності використання системи водопостачання.

Таким чино, всі студенти 3 МСО виконували завдання 1. Фіксували температуру в приміщеннях, провели аналіз стану вікон, вхідних дверей, даху, технічних приміщень. Проаналізувавши отримані дані самостійно (або рандомним чином) розподіляються у 3 групи для виконання наступних завдань. Кожна група має зрозуміти постановку проблеми, намітити шляхи її вирішення, скласти план практичних дій та реалізувати їх. Після отриманих результатів, студенти мають обмінятися підготовленою інформацією та узгодити цілісність проєкту. За потреби відбувається корекційна робота. Як результат спільної діяльності, корпоративного навчання отримали готовий проект, який може бути стартапом, вигідним для навчального закладу комерційним проєктом.

Виконання завдання 1 дало такі результати.

Для оцінки показників обрано гуртожиток №6 УДУ імені Михайла Драгоманова, що побудований у 1980 році є гуртожитком блочного типу, містить 12 поверхів, відноситься до класу житлових споруд та має цілодобовий графік використання. У будівлі проживають студенти, аспіранти, викладачі УДУ імені Михайла Драгоманова та деякі сім'ї, які отримали дозвіл на проживання у цьому гуртожитку. Кількість мешканців, що передбачена проєктом будівлі та керівництвом гуртожитку, становить 495 ліжко-місць. Загальна площа гуртожитку складає орієнтовно 560 м^2.

Будівля має холодне горище та технічний (неопалювальний) підвал. Зовнішні стіни виконані із світлої цегли та поштукатурені з внутрішнього боку. Головний фасад зорієнтований на північ-північний схід. Дах – скатений. Орієнтовна температура всередині кімнат узимку – 16-17°С (із застосуванням електронагрівачів – 19-20°С). Орієнтовна температура всередині кімнат улітку – 22-23°С.

Усі вікна будівлі можна умовно поділити на 3 типи:

1. Дерев'яні віконні рами з подвійним склінням. Габаритні розміри віконної рами (2,00 × 1,50) м, загальна кількість вікон – 264 шт.
2. Дерев'яні віконні рами з подвійним склінням. Габаритні розміри віконної рами (1,40 × 2,55) м, загальна кількість вікон – 24 шт.
3. Дерев'яні віконні рами з подвійним склінням. Габаритні розміри віконної рами (2,15 × 2,55) м, загальна кількість вікон – 12 шт.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

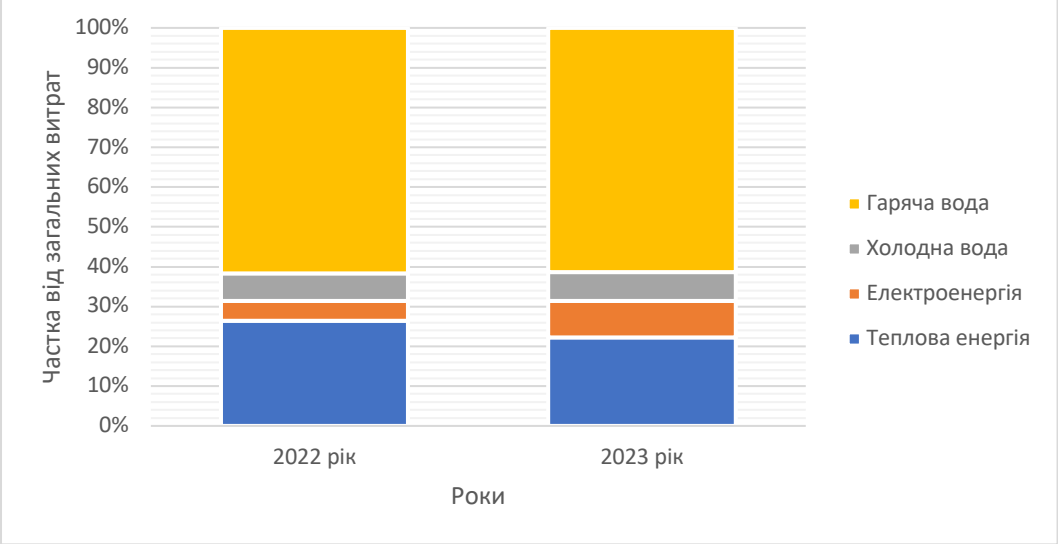
Вхідні двері головного входу металопластикові двостулкові WDS із замком та доводчиком. Габаритні розміри – (1,6 × 2,1) м. Окрім цього у будівлі передбачено 36 металевих арматурних дверей та 12 запасних виходів (по одному на поверх), що являють собою дерев'яні двері розміром (2,00 × 0,8) м і виходять до сходів між гуртожитками.

Таблиця 1. Орієнтовні дані про енергоспоживання впродовж 2022-2023 р.р. у натуральній формі

№ п/п	Найменування енергоносія	Одиниці виміру	Обсяг споживання енергоносія	
			2022 р.	2023 р.
1	Теплова енергія	Гкал/рік	2100	2000
2	Електрична енергія	кВт·год/рік	400000	440000
3	Холодна вода	$м^3$	25000	30000
4	Гаряча вода	$м^3$	75000	85000

Таблиця 2. Орієнтовні дані про енергоспоживання впродовж 2022-2023 рр. у грошовій формі.

№п/п	Найменування енергоносія	Обсяг споживання енергоносія, грн	
		2022 р.	2023 р.
1	Теплова енергія	2903208	2793480
2	Електрична енергія	560000	1144000
3	Холодна вода	759600	911520
4	Гаряча вода	6790500	7695900
Загальна сума витрат		11013308	12544900



Діаграма 1. Оплата енергоресурсів у 2022 та 2023 роках.

Споживання електричної енергії нерівномірне протягом року, оскільки взимку та восени тривалість світлового дня менше і більше часу використовується штучне освітлення. Влітку споживання електричної енергії суттєво знижується за рахунок канікул. Взимку також

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

клімат сприяє високому електроспоживанню через те, що можливе використання електричних опалювальних приладів для створення більш комфортних умов.

В гуртожитку теплова енергія використовується для опалення приміщень, тому максимальне споживання теплової енергії спостерігається у опалювальний період.

Відповідно споживання холодної води є суттєво меншим у опалювальний період і в той же час відчутно зростає влітку, незважаючи на зменшення кількості студентів.

Щодо гарячої води, то вона відносно рівномірно використовується у більшу частину року, але у зимовий період відчувається суттєве зростання показників.

Таким чином, з даних діаграми бачимо, що найбільше грошей витрачається на оплату гарячої воду та теплової енергії, у середньому 85 %. На електроенергію – 7,5%, як і на холодну воду (діаграма.1).

Провівши дослідження, студенти дійшли висновку, що в першу чергу необхідно зробити акцент на впровадженні енергозберігаючих заходів, які приведуть до зниження споживання насамперед теплової енергії та гарячої води, хоча також разом з тим не буде зайвим мінімізувати споживання електроенергії та холодної води.

За даними завдання 1 перша група запропонувала такі шляхи підвищення ефективності використання системи теплопостачання

Основним шляхом підвищення ефективності використання системи теплопостачання є термомодернізація будівлі. З огляду на умови, вона в першу чергу передбачає наступні кроки:

1. *Утеплення зовнішніх стін.* Пропонується встановити додаткову теплову ізоляцію, що дозволить зменшити тепловитрати через стіни. В якості утеплювача пропонуються мінераловатні плити, оскільки вони стійкі до високих температур (починають плавитися при тривалому впливі температури більше 1000°С), паропроникні (виводять зайву вологу), довговічні (термін експлуатації – 30-40 років), екологічні, звукоізоляційні. Для забезпечення буде достатньо використовувати плити товщиною 0,1 м (вартість – 130 грн/м^2).
2. *Утеплення перекриття, що межує з дахом.* Як утеплювач рекомендується теплоізоляційні вироби з мінеральної вати на основі базальтового волокна, переваги яких уже наведено у першому пункті товщиною 0,2 м (вартість – 618 грн/м^2).
3. *Заміна старих вікон на енергозберігаючі.* Існуючі вікна вже давно не відповідають сучасним реаліям і потребують заміни. Пропонується замінити старі вікна на металопластикові з двокамерним склопакетом. Нові вікна дозволять зменшити тепловтрати. Вартість одного вікна (разом зі встановленням) 1-го типу – 6735 грн, 2-го типу – 10845 грн, 3-го типу – 14876 грн. Унаслідок високої вартості вікон 2-го та 3-го типу пропонується їх заміна з часом за рахунок зекономлених грошей.
4. *Утеплення трубопроводів системи опалення.* Трубопроводи знаходяться в неопалювальних приміщеннях. Пропонується виконати теплоізоляцію трубопроводів з використанням ізоляційного матеріалу, що має однобічне фольгування та

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

самосклеючу основу. Вартість утеплювача – 300 грн/м. В неопалювальному просторі розташовується орієнтовно 100 м трубопроводів, що потребують ізоляції.

5. *Балансування системи опалення.* Залежно від поверху температура у кімнатах суттєво відрізняється за рахунок нерівномірності розподілу теплоносія у внутрішніх мережах. Необхідне балансування системи опалення включає розрахунок гідравлічного та теплового режиму системи опалення, встановлення автоматичних балансувальних клапанів на кожен зі стояків системи опалення та власне роботи з балансування. Орієнтовна вартість такого заходу – 9000 грн/шт. У будівлі 23 стояки опалення.

Для зручності результати розрахунків та термін окупності заходів подами у вигляді таблиці 3.

№	Захід з енергозбереження	Ціна заходу	ΔQ, Гкал	ΔE, грн/рік	T, термін окупності, роки
1	Утеплення зовнішніх стін	174720	100	140000	1,25
2	Утеплення перекриття	346080	15	21000	16,48
3	Заміна старих вікон	1778040	100	140000	12,70
4	Утеплення трубопроводів	30000	30	42000	0,71
5	Балансування системи	207000	35	49000	4,22
	Загальна ціна:	2535840	**Максимальний термін окупності:**		16,48

Таблиця 3. Результати розрахунків заходів з енергозбереження

За даними завдання 1 друга група запропонувала такі шляхи підвищення ефективності використання системи електропостачання

Для підвищення енергоефективності можна застосувати наступні кроки:

1. *Встановлення двозонного лічильника.* Такі лічильники дають змогу зекономити кошти за рахунок тарифних коефіцієнтів (табл.4). Вартість – 2500 грн.

Таблиця 4. Тарифні коефіцієнти

Тип лічильника	Період часу	
	нічний	денний
Двозонний	0,5	1

2. *Модернізація системи освітлення місць загального користування.* Перший крок: встановлення замість 600 люмінісцентних ламп відповідних світлодіодних. Це дасть змогу зменшити споживання електроенергії, забезпечити необхідний рівень освітленості та значно подовжити термін експлуатації. Вартість – 200 грн. Другий крок: встановлення датчиків руху на кожну систему світлодіодів. Кількість систем – 120 шт. Вартість – 320 грн.
3. *Використання альтернативних джерел енергії.* Основні переваги: заощадження коштів за рахунок наявності власного джерела світла, екологічність та «зелений тариф». Очевидно, що не вдасться повністю забезпечити гуртожиток за допомогою, наприклад, сонячних батарей, тому цей крок можна вважати тим, який потрібно буде виконувати поступово на відповідно зекономлені за рахунок інших коштів гроші.

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

Площа даху гуртожитку – 560 м². Площа одної сонячної батареї – 2,5 м². Кількість батарей, що гарантовано вмістяться – 220 шт. Вартість – 3900 грн/шт. (Також можливо отримати фінансування від європейських організацій або часткове забезпечення з міського бюджету)

4. *Встановлення генератора електроенергії в трубопроводах води.* Вода в трубопроводах використовується на потреби мешканців, але її потік можна застосовувати для генерації електроенергії. Принцип отримання досить простий: у трубопровід врізаються невеликі компактні турбіни, які зв'язані з генератором, що розміщений поза трубою. Таким чином водопровідні труби використовуються ще й для генерації енергії, окрім свого прямого призначення. Встановлення такого генератора дасть можливість частково забезпечити будівлю в електричній енергії. Вартість генератора на 240 В та 3 кВт – 33400 грн. (табл.5)

Таблиця 5. Орієнтовні результати розрахунків заходів з енергозбереження (відсоток економії установлений на основі Інтернет-джерел).

№	Захід з енергозбереження	Ціна заходу, грн	Приблизний відсоток економії, %	Зекономлена сума, грн	Т, термін окупності, роки
1	Двозонний лічильник	2500	30%	343200	0,007
2	Модернізація системи освітлення	158400	40%	457600	0,346
3	Сонячні батареї*	858000	21,7%	248248	3,456
4	Гідрогенератор	33400	7%	80080	0,417
	Загальна ціна:	1052300	**Максимальний термін окупності:**		3,456

*– сонячні батареї купуються поступово (якщо не буде відповідного фінансування з боку міжнародних організацій/міської влади), тому термін окупності буде довшим.

За даними завдання 1 третя група запропонувала такі шляхи підвищення ефективності використання системи водопостачання

Основним шляхом підвищення ефективності є покращення системи водопостачання, що можна забезпечити за допомогою наступних кроків:

1. *Заміна старих змішувачів на нові.* Оскільки у ванних кімнатах кожного блоку стоять старі крани, це призводить до частих протікань, таким чином зайвий раз витрачаючи воду. Нові крани вирішать цю проблему. Вартість – 1625 грн + водозберігаючий аератор – 157 грн + водозберігаюча лійка – 427 грн.
2. *Заміна стояка каналізації, холодної та гарячої води та відповідних водопровідних труб.* Унаслідок вичерпаного терміну експлуатації у багатьох блоках виникає проблема протікання води (часом прямо зі стелі). Очевидно, це впливає на кількість витрат. Вартість стояка холодної/гарячої води (в середньому) – 10000 грн/шт., каналізації – 12000 грн/шт.

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

3. *Встановлення системи повторного використання води.* Ця система використовує відпрацьовану воду з умивальника для зливу в унітазі. Таким чином зменшується споживання чистої води для зливу в туалеті та економляться кошти. Переваги цієї системи: середній термін окупності 2-3 роки, працює в автоматизованому режимі та за принципом самофільтрації, є досить компактною та у разі виникнення несправності переводить систему на звичайний режим водовідведення. Вартість - 10000 грн/шт. (табл.6)

Таблиця 6. Результати розрахунків економії водопостачання

№	Захід з енергозбереження	Ціна заходу, грн	Приблизний відсоток економії*, %	Зекономлена сума, грн	Т, термін окупності, роки
1	Нові змішувачі	265080	5%	430371	0,6159337
2	Нові стояки	3840000	15%	1291113	2,9741781
3	Повторне використання	1200000	25%	227880	5,2659294
	Загальна ціна:	5305080	**Максимальний термін окупності:**		5,2659294

* - у таблиці подано мінімальний відсоток економії для забезпечення максимального терміну окупності

Після спільної корекції та уточнення результатів студенти прийшли до висновків:

У результаті виконаного проєкту проведено дослідження варіантів покращення енергоефективності гуртожитку №6 УДУ імені Михайла Драгоманова та на основі таблиць 3, 5 та 6 зроблено наступні висновки:

- Загальна вартість заходів з енергозбереження:

$2535840 + 1052300 + 5305080 = 8893220$ грн;

- Загальна збережена сума на основі підвищення енергоефективності теплопостачання - 392000 грн;
- Загальна збережена сума на основі підвищення енергоефективності електропостачання - 1129128 грн;
- Загальна збережена сума на основі підвищення енергоефективності водопостачання - 1949364 грн;
- Максимальний термін окупності вкладених коштів: 17 років (якщо без урахування утепленого перекриття та замін старих вікон, що є суттєвим вкладенням у більш довготривале майбутнє, - 6 років).

Очевидно, що необхідні кошти для підвищення енергоефективності неможливо виділити з бюджету університету за один раз, а тому можливо кілька альтернативних шляхів вкладення грошей:

1) Залучення спонсорів (міжнародних/вітчизняних організацій, міської влади, державних установ тощо) на основі студентських стартапів та проєктів, і відповідний ремонт гуртожитків за рахунок цих коштів;

© 2024 The Author(s). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License

2) Поступове щорічне виділення коштів з бюджету університету та відповідний ремонт упродовж літніх канікул, коли кількість студентів найменша.

Зрозуміло, що перший шлях є найбільш вигідним, оскільки він забезпечує виконання ремонтних робіт одразу для принаймні кількох заходів з енергоефективності, що зменшує витрати на ці роботи, оскільки усе виконується одночасно та відповідно немає необхідності зайвий раз витрачати гроші на проміжне приведення до ладу. Проте за неможливості його виконання (що, насправді, залежить лише від рівня зацікавленості керівництва, викладацького складу та студентства) пріоритетним стає саме другий варіант, який за певних умов може стати трохи дорожчим, проте у той же час буде більш розтягнутим у часі та матиме можливість використати заощаджені за рахунок одних заходів кошти для виконання інших.

Висновки. Залучення студентів до проєктної діяльності в процесі навчання сприяє: активізувати пізнавальну діяльність студентів, розвивати їх творчі здібності; формувати економічну і фінансову грамотність студентів, як активних членів суспільства; активному включенню теоретичних знань у практичний процес; формуванню колективної думки, вмінню працювати в команді.

Список використаних джерел

Бондаренко А. К. Проєкт як форма самостійної роботи студентів при вивченні соціальних дисциплін. Наукове мислення. http://surl.li/ptvotf

Коберник О. М. (2012). Проектна технологія: теорія, історія, практика: монографія. Умань: ПП Жовтий О.О., 229 с. http://surl.li/gnflgt

Коростіянець Т., Тумбрукакі А. (2020). Залучення майбутніх учителів математики до проектної діяльності при вивченні фахових дисциплін, «Актуальні питання гуманітарних наук: міжвузівський збірник наукових праць молодих вчених Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка», №33, т.1. С.368-373 http://www.aphn-journal.in.ua/archive/33_2020/part_1/57.pdf

Питт, Дж. (2004). Что это такое и как мы это делаем: [Метод проектов] [Текст]. Відкритий урок. №5/6. С.26-27

Сисоєва С.О. (2006). Основи педагогічної творчості: підручник К.: Міленіум, 345 с. http://surl.li/pbldyu

References

Bondarenko, A. K. Proiekt yak forma samostiinoi roboty studentiv pry vyvchenni sotsialnykh dystsyplin. [The project as a form of independent work of students in the study of social disciplines Scientific thinking]. Naukove myslennia. [Scientific Thinking]. http://surl.li/ptvotf [in Ukrainian]

Kobernyk, O. M. (2012). Proektna tekhnolohiia: teoriia, istoriia, praktyka (Monograph). [Design technology: theory, history, practice: monograph]. Uman: PP Zhovtyi O. O. http://surl.li/gnflgt [in Ukrainian]

Korostiianets, T., & Tumbrukaki, A. (2020). Zaluchennia maibutnikh uchyteliv matematyky do proektnoi diialnosti pry vyvchenni fakhovykh dystsyplin. [Involvement of future mathematics teachers in project activities in the study of professional disciplines] Aktualni pytannia humanitarnykh nauk: Mizhvuzivskyi zbirnyk naukovykh prats molodykh vchenykh Drohobytskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Ivana Franka [Actual issues of humanitarian sciences: interuniversity collection of scientific works of young scientists of Ivan Franko Drohobytsk State Pedagogical University], (33), 1, 368–373. http://www.aphn-journal.in.ua/archive/33_2020/part_1/57.pdf [in Ukrainian]

Pitt, J. (2004). Chto eto takoe i kak my eto delaem: [Metod proektov]. [What is it and how do we do it: Project method]. Vidkrytyi urok [Open lesson], 5/6, 26–27. [in Ukrainian]

Sysoieva, S. O. (2006). Osnovy pedahohichnoi tvorchosti (Textbook) [Basics of pedagogical creativity: textbook]. Kyiv: Milenium. http://surl.li/pbldyu [in Ukrainian

© 2024 2024 Автор(и) Ця робота публікується у відкритому доступі та розповсюджується на умовах Creative Commons Attribution 4.0 License

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ТЕОРІЯ, ДОСВІД, ІННОВАЦІЇ

2024, № 2

SCIENTIFIC JOURNAL

DIDACTICS OF MATHEMATICS: THEORY, EXPERIENCE, INNOVATIONS

2024, No 2